

産業能率大学紀要

第36巻 第1号
2015年 9月

論文

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか
～ものづくり補助金を事例に～

新井 稲二
岩井 善弘 ……………1

研究ノート

特殊な行列式と三角関数（第二報）

手代木 琢磨
勝間 豊 ……………19

こどもの暑熱耐性に関する研究

江口 潤
田中 英登 ……………47

中小企業における HRD 研究に関する基礎的調査

橋本 諭 ……………59

事例研究

産業能率大学におけるアクティブラーニング型授業に関する基本的考察
～自由が丘スイーツフォレストとのコラボレーション授業～

寺嶋 正尚
岡田 一弥
都留 信行 ……………73



産業能率大学

「産業能率大学紀要」執筆要項

産業能率大学紀要審査委員会

1. 投稿資格

次の条件を満たすものとする。

- (1) 産業能率大学情報マネジメント学部・経営学部および自由が丘産能短期大学の専任教員を原則とする。
- (2) 共著の場合には、少なくとも一名は、上記(1)の資格を有するものであること。
- (3) 本務校を持たない産業能率大学情報マネジメント学部・経営学部および自由が丘産能短期大学の兼任教員。
- (4) 上記(1)、(2)、(3)以外で、紀要審査委員会が適当と認めた者。

2. 原稿の種類

原稿は、邦文もしくは欧文の、他の刊行物に未発表のもので、論文、研究ノート、事例研究、資料、その他（書評、紹介、報告）のいずれかに該当するものに限る。

3. 原稿構成

原稿には、次のものを含むこと。

- (1) 邦文および欧文の表題。
- (2) 邦文および欧文で書かれた執筆者名と所属。
- (3) 論文と研究ノートの場合は150語程度の欧文抄録。

4. 原稿の量および投稿方法

- (1) 14,000字前後とする。
- (2) 欧文原稿の場合は、A 4判の用紙を用い、ダブルスペースで30枚以内を原則とする。
- (3) 完成原稿をメール添付にて事務局宛に送付する。手書きは不可。なお、セキュリティ上、パスワードを設定し、送信履歴を残す。

5. 表記

- (1) 原則として、常用漢字、現代かなづかいを用いる。
- (2) 表題の脚注
 - (a) 学会等に発表している場合には、「本論文は、学会名、講演会名、発表日、場所、において発表した。」というように注記する。
 - (b) 原稿受理日は、事務的に入れる。
- (3) 章、節などの記号
章の記号は、1. 2. ……、節の記号は、1. 1.、1. 2. ……、2. 1.、2. 2. ……のように付ける。
- (4) 脚注
 - (1)、(2)のように、注記の一連番号を参照箇所の右肩に書き、注記そのものは、本文の最後に一連番号を付けてまとめる。

(例)

……価格理論の一部として、取り扱われていることになり(1)…… (本文)

(1) 価格理論では、このことを特に「機能的分配の理論」と呼んでいる。(注記)
- (5) 文献の引用
文章の一部に引用文献の著者名を含む場合は、著者名、続いて文献の発行年度を〔 〕で囲む
(例1)
文章の外で文献を引用する場合は、著者名、発行年度を〔 〕で囲む (例2) 同一著者、同一年度の文献を複数個引用する場合は、発行年度の次に a, b, ……と一連の記号を付ける。
(例1) 文章中の引用
Minsky と Papert [1969] のパーセプトロンでは……岩尾 [1979a] は、すでに述べた…

(例2) 文章の外の引用

関係完備制が証明された〔Codd 1971a〕

Example〔von Neumann and Morgenstern 1944〕

(6) 参考文献

本文中で引用した文献は、参考文献として著者名のアルファベット順にまとめる。書誌記述は、単行図書の場合は『著者名：書名、出版社、出版年、(その単行図書の一部を引用する場合には)ページ』の順に記述する。

(例1) 和書の場合

テイラー，F．W．著 上野陽一訳編：科学的管理法、産業能率短期大学出版部、1969

(例2) 洋書の場合

Abrial,J.R. : Data Semantics, Proc.IFIP Working Conference on Data Base Management, North-Holland, 1974, pp.1-60

雑誌の場合は『執筆者名：表題、雑誌名、巻（号）、出版年、ページ』の順とする。

(例1) 和雑誌の場合

小田稔：マイクロ波の朝永理論、科学、49（12）, 1979, pp.795-798

(例2) 洋雑誌の場合

Kipp, E.M. : Twelve Guides to Effective Human Relations in R. & D., Research Management, 7(6), 1964, pp.419-428

(7) 図・表

図・表は、一枚の用紙に一つだけ書き、図・表のそれぞれに、図1 - 1 (Figure 1-1)、表1 - 1 (Table 1-1) のように一連番号を付け、タイトルを記入する。

6. 投稿期日

9月刊行の号は4月上旬、2月刊行の号は9月中旬を締め切りとする。ただし、投稿は随時受け付ける。

7. 投稿原稿の審査

原稿の採否は紀要審査委員会において決定する。採用された原稿について、加筆、修正が必要な場合は、一部の書き直しを要求する場合がある。また、表記などの統一のため、紀要審査委員会で一部改める場合もある。なお、原稿のテーマによっては紀要審査委員以外のものに原稿の査読を依頼することがある。

8. 執筆者校正

校正は執筆者の責任において行うこととする。(校正段階における加筆は、印刷の進行に支障を来すので、完全原稿を提出すること。)

9. 著作物の電子化と公開許諾

本誌に掲載された著作物の著作権は執筆者に帰属するが、次の件は了承される。

- (1) 執筆者は、掲載著作物の本文、抄録、キーワードに関して紀要審査委員会に「電子化公開許諾書」を提出し、著作物の電子化及び公開を許諾するものとする。共著の場合は、すべての執筆者の提出が必要である。
- (2) 上記により難しい場合は、紀要審査委員会に相談する。

10. 掲載論文の別刷

掲載された論文1編につき、本誌1部、別刷100部を無償で執筆者に贈呈する。別刷100部以上は有料とする。

(1991.6.5)

(1994.7.6改正)

(2003.1.7改正)

(2003.9.17改正)

(2013.4.29改正)

(2015.4.24改正)

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか
～ものづくり補助金を事例に～

How Are the Thoughts of Small Business Policy Being Applied at the
Supporting Sites? : A Case Study on the Government Subsidies for
Manufacturing Businesses

新井 稲二*

Ineji Arai

岩井 善弘

Yoshihiro Iwai

Abstract

At SME supports, the results of the government supporting services have hardly been published. Therefore, in this paper, we analyze on the government supporting services in the past and find some effects on SMEs and what philosophical relations the effects have. Also we predict what effects the future government supports will bring to the SMEs.

1. 序論

中小企業政策思想は数多くの議論や制度の上に成り立っており、それを基にした中小企業支援事業は国が主体となる場合もあれば、地方自治体が主体となって実施される場合もある。もちろん、民間団体が主体となって実施する事業も存在し、多くの中小企業を支えていることは間違いない。

しかし多くの中小企業向けの支援事業が実施される中で、各種支援事業の結果を分析し公表されている資料は非常に少ないのが現状である。これは、個々の支援事業が中小企業の経営にどのような影響・効果があったかを把握できないことを意味しており、どのような素晴らしい支援事業であっても結果をできるだけ正確に分析し、それを次に活かすことができないければ、効率的な支援は不可能であろう。換言すれば、中小企業政策においても PDCA サイクルを確立させ、中小企業政策思想の議論 (Plan)、中小企業支援事業の実施 (Do)、中小企

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

業支援事業後の評価（Check）、更なる中小企業政策思想の議論（Action）と支援能力を高める必要がある。

そこで、本論では過去に実施された補助事業に着目し、その結果を主観的・客観的に分析することで、現在実施中の支援事業がどのような結果をもたらすこととなるか論ずることとする。

1. 1 研究の目的

中小支援事業の結果を分析して、どのような結果となっているかを論じるにあたり、まず主観的な分析として昨今の中小企業政策思想について触れる。これは各種支援策が実施されるにあたり、目的・根拠が中小企業政策思想に基づいているからである。

次に客観的な分析として、具体的な中小企業支援策の中から2009年度補正予算で中小企業庁が実施⁽¹⁾した「ものづくり中小企業開発等支援事業」（以下、旧ものづくり補助金）について分析を行うこととする。これは、国が中小企業向けに実施している各種補助事業において、その事業規模が大きく、効果が表れていると考えられるからである。

また、旧ものづくり補助金の分析結果より、中小企業庁が実施した2012年度補正予算「ものづくり中小企業・小規模事業者試作開発等支援補助金」や、2013年度補正予算事業「中小企業・小規模事業者ものづくり・商業・サービス革新事業」、2014年度補正予算事業「ものづくり・商業・サービス革新補助金」の3事業（以下、新ものづくり補助金）が、中小企業にどのような効果・影響を与えるのかを予測する。

1. 2 論文の構成

本論では、まず先行研究を基に中小企業政策思想についてどのような議論があるかについて触れる。次に、旧ものづくり補助金の制度概要について触れ、各種資料より採択結果の分析を行う。そして、旧ものづくり補助金と新ものづくり補助金の制度的な比較を行ったうえで、旧ものづくり補助金が中小企業にどのような効果・影響を与え、それが中小企業政策思想とどのような関係があるのかを分析する。

2. 先行研究

中小企業政策思想に関して研究を行うケースは多い。このため、全てを分析することはせず昨今発表された3つの論文より分析する。

2. 1 山田による分析

山田（2013）は、戦後の中小企業政策から1999年の中小企業基本法改正や2010年の中小企

業憲章などに触れている。その上で、中小企業の思想的な変化について分析をしており、「新たな政策思想が登場すると古い政策思想は退場するというわけではなく、現在の中小企業政策をみても、「経済民主化・自由競争原理」や「二重構造論」に基づくものと見られるものも依然として有効に機能している。」としている。つまり、過去に議論された政策思想であっても、現在でもその思想としては有効であるとしている。

また、戦後から現在までの中小企業像や政策思想について4類型化し①経済民主化・自由競争原理、②二重構造論、③技術や経営に独自性を有するやる気のある中小企業、④地域や生活を支える中小企業へと変化してきた、もしくは変化する可能性があるとしている。

さらに、「これらとは異なる中小企業政策像ないし政策思想が主張されたり、明示的に主張されずとも意識されている場合がある。」として、5つの中小企業像を例示しており順に抜粋する。1つめは、社会政策の対象としての中小企業であり、「中小企業問題を経済問題ではなく社会問題として捉えるもので、かつての貧困層を形成する生業的零細個人事業者の救済に限られず、企業経営という性格の弱い小規模事業者への支援も含まれる。」としている。

2つめは、大企業の揺籃としての中小企業であり、「将来、大企業に成長する可能性を持つものとして中小企業を評価する考え方である。」としている。

3つめは、サポーティング・インダストリーとしての中小企業であり、「大企業が生産する航空機・自動車・電子機器等の高度な工業製品の生産等には、それを支える部品の生産、特殊な加工、関連サービス等を担う中小企業の存在が必要不可欠とするものである。」としている。

4つめは、ソーシャル・ビジネスの担い手としての中小企業であり、「高齢者・障害者・育児・貧困・健康・環境・まちづくり・途上国支援等の社会的課題に行政サービスやボランティア活動ではなく、ビジネスとして対応しようとする中小企業である。」としている。

5つめは、もうひとつの生き方の場としての中小企業であり、「既存の価値観等に否定的である、あるいははじめない者がもうひとつの生き方をめざし、(中略)中小企業にその仕事の場を求めるものである。」としている。

山田は最後に、「中小企業政策の目的を一元的にではなく多元的に捉えて初めて全ての中小企業に存在意義と発展可能性を与えることができ、経済と社会の安定を実現できると考えれば、(中略)政策思想も併存し得るものと考えられる。」として、中小企業像や政策思想の4類型と5つ例示が併存する可能性について指摘している。

2. 2 加藤による分析

加藤(2014)は、中小企業政策と地方分権の関係について分析をしており、「現在の中小企業政策は1999年に改正がされた中小企業基本法に基づくものであるが、ここにおいて国は「総

合的に施策を策定し実施する」責務を、自治体は「当該区域の諸条件に応じた施策を策定し実施する」責務を有することとなっている。加えて、同年に改正された地方自治法では、中小企業政策を含む全ての事務において、制度上、国と自治体の関係が見直された。」としている。これは、中小企業政策において地方自治体の役割が増大しており政策の目的が地域の暮らし作りや、街作りについても含むようになってきたと指摘している。

一方で、「国の法律や補助金⁽²⁾、そしてその執行体制は、現行基本法下でも、地方経済振興へ積極的に関与している。その関与の仕方は、旧基本法下の自治体を介する方法から、直接中小企業や地域と対峙する方式となった。このため、地域対策については、国と自治体の二重行政となっている面がある。」として、行政運営の非効率性について指摘している。

そのうえで、自治体が行うべきものとして、先行する自治体を参考として「仕事とお金が回るように図り、「まちづくり」や「くらしづくり」につながるような中小企業政策への独自の取組みがあり、それが他の自治体に相互参照され、波及効果を生み出している。加えて、自治体の優位な情報を最大限に生かすように地方に権限移譲し、公共サービスの供給を担わせることが効率的な資源配分につながる。」としており、国から地方への権限移譲の重要性を指摘している。

また、地方でも都道府県と市町村との関係については、「基本的には市町村が行うことを優先すべきであり、また、地方自治法では「都道府県及び市町村は、その事務を処理するに当たっては、相互に競合しないようにしなければならない。」のであることから、(中略)中小企業政策を市町村で行うことを優先すべきであろう。」として、中小企業政策を実行する主体は地方自治体であり、特に市町村が実施すべきであるとしている。

これらを踏まえ、自治体が行うべきものと国が行うべきものとしてそれぞれ提言をおこなっている。自治体が行うべきものとして、経営の革新及び創業の促進、中小企業の経営基盤の強化としている。また国が行うべきものとしては、経済的社会的環境の変化への適応の円滑化、中小企業の経営基盤強化⁽³⁾、資金供給の円滑化及び自己資本の充実であるとしている。なお、「ポテンシャルが高い自治体が、これらの政策や施策を独自に行うことを否定するものではない。」として、中小企業政策は地方自治体の裁量を高めるべきであることを主張している。

2.3 永山による分析

永山(2010)は中小企業政策について、「各省庁の経済・産業政策に中小企業全体の中小企業政策を重ねると、中小企業政策分野は一種の「二重行政」になってしまう。」として、加藤の指摘した二重行政とは異なる問題点を指摘している。中小企業政策を産業政策として見た場合に、既に各省庁が所管している業種別の政策があるため、企業規模ごとの政策意識は後

退してしまい、中小企業経営に対する理念や、それに基づいた政策目的は存在しなくなってしまうとしている。具体例として、経済産業省の外局である中小企業庁と農林水産業分野における農林水産省との関係や、国土交通省との関係を挙げている。

また、「経済社会環境の変化への対応、とくに実施主体が有する権限・責任および財政制度の裁量範囲等を考慮しなければならない。経済・産業政策はあくまで制約がある。内外の経済動向、とくに世界経済構造変化や同軌化する世界の景気変動なかで、行政の事務・事業が執行されている。外部条件の変動に対応した計画・政策の実行が求められる。」として政策である以上、経済社会環境や財政制度について考慮しなければならないとしている。

中小企業を支援する意義として「公正競争という市場経済における公共性、公正性を維持するのは、独占・寡占企業等と取引関係を有し、市場で公正取引の維持・拡大機能を有する中小企業群の政策的存続が有効である。これらの企業を市場秩序政策領域に取り込む政策が生まれたのである。」としている。さらに、「中小企業政策の基礎は市場機能が求める公共性、すなわち公正競争を担保する市場主体の存続という特殊な地位に関わる社会的機能に他ならない。中小企業の市場参入・育成政策を講じ、独占・寡占企業行動に対する対抗できる企業勢力の育成を目指すのが現代的中小企業法・政策である。」として、市場経済上での公正競争を担保するために中小企業政策が必要であるとしている。

そのうえで現在の中小企業政策について、「いまだに日本の中小企業政策論議は産業政策の域を出ていない。この領域にとどまっている限り、市場秩序形成政策とならない振れ状態を是正し、価格形成・設定、支払条件設定、広範な手形決済、下請制度における片務性、優越的地位の乱用、やり得の談合等々、前時代的問題の解決すらおぼつかない状況である。問題解決を基本的にはどこから突破するかを突き詰められていない。」として、現在の中小企業政策はいまだに産業政策の一環であるとしている。

2. 4 政策としての中小企業支援とは

山田の分析は思想的な変化を示したうえで、明示的に主張されずとも意識されている場合あるとして、4つの類型と5つの例示が併存していると指摘している。

加藤の分析は、中小企業政策上において地方自治体の役割が増大し、国と自治体に変化が見られるものの、地方経済振興の面では二重行政（国と地方での二重行政）になってしまっているとしている。このため、国から地方への権限移譲が重要であるとともに、地方自治体の裁量を高める必要について指摘している。

永山は中小企業政策を経済・産業政策として捉えた場合、各省庁が実施している経済・産業政策が重なってしまい二重行政（国の各機関での二重行政）となってしまう問題点を指摘している。さらに政策である以上、経済社会環境や財政制度について考慮しつつ、市場経済

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

上での公正競争を担保する必要性について述べている。この2つの制約を踏まえ、現在の中小企業政策は産業性政策の一環であるとしている。

これら3つの研究は、過去の中小企業思想・政策や海外の中小企業政策を分析して導かれた結論である。ここで実際の中小企業支援の現場で、これらの研究結果をどのように活かしているかを、旧ものづくり補助金を参考に分析することとする。

なぜ旧ものづくり補助金を利用するのかという理由については、まず山田の分析した4類型の1つ「技術や経営に独自性を有するやる気のある中小企業」、5つの例示の2つ「大企業の揺籃としての中小企業」、「サポーティング・インダストリーとしての中小企業」と関連する可能性があり、この補助事業によって採択された中小企業はどのような効果を得られることができたのかを分析することができる。次に、国の補助事業であることから加藤が指摘する地方自治体が関与しない事業であり、いわゆる「空飛ぶ補助金」である。このため地方ごとに比較分析して、どのような影響があったのかを分析できる。そして、旧ものづくり補助金は産業政策の一環として400億円以上の予算によって実施されている。このため永山の指摘する産業政策であれば、経済にどのような影響を与え、それがどのような影響であったかを分析することができる。

さらに上記3点に加え、旧ものづくり補助金は予算規模を大きくして新ものづくり補助金として再び実施されている。このため、今回の分析を通じて中小企業に将来どのような影響を及ぼすこととなるのかを予想することが可能となることから、旧ものづくり補助金を利用する理由である。

3. 旧ものづくり補助金について

旧ものづくり補助金の分析を始める前に、その概要について述べることにする。まず旧ものづくり補助金を実施するにあたり、中小企業庁は全国中小企業団体中央会（以下、全国中央会）に予算を交付している。全国中央会では、各都道府県に設置されている中小企業団体中央会（以下、都道府県中央会）を事務局として、中小企業者から申請受付から交付決定通知などのやり取りを行っている。

まず旧ものづくり補助金の具体的な内容について、試作開発等支援事業と実証等支援事業という2つの事業に分けることができる。それぞれ、公募要領から事業の目的を抜粋すると、試作開発等支援事業は「中小企業が自ら行う特定ものづくり基盤技術を活用した試作開発から販路開拓等の取組に要する経費（既に事業化され収入を得ている事業の費用や、生産を目的とした機械設備の導入に要する費用等、営利活動に繋がる経費は除きます。）の一部を全国中小企業団体中央会が補助することによって、我が国経済をけん引する製造業の国際競争力の強化と次代を担う新産業の創出を促進し、もって中小企業製品の高付加価値及び中小企業

の新分野進出等の円滑等に資することを目的としています。」としている。

実証等支援事業については「本制度は、ものづくり中小企業者が、自社の製品及び製造技術（以下、「製品等」）について、地方公共団体が設置する試験研究機関（以下、「公設試」）や独立行政法人産業技術総合研究所（以下、「産総研」）等の各種支援機関（以下、「支援機関」）による技術的支援の提供を受けて実施する実証及び性能評価等（以下、「実証等」）に要する経費を全国中小企業団体中央会が補助することによって、我が国経済をけん引する製造業の国際競争力の強化と次代を担う新産業の創出を促進し、もって中小企業製品の高付加価値化及び中小企業の新分野進出等の円滑化等に資することを目的としています。」としている。つまり、2つの事業について共通の目的としては高付加価値化と新分野進出を促すことである。

3. 1 旧ものづくり補助金の実施結果分析

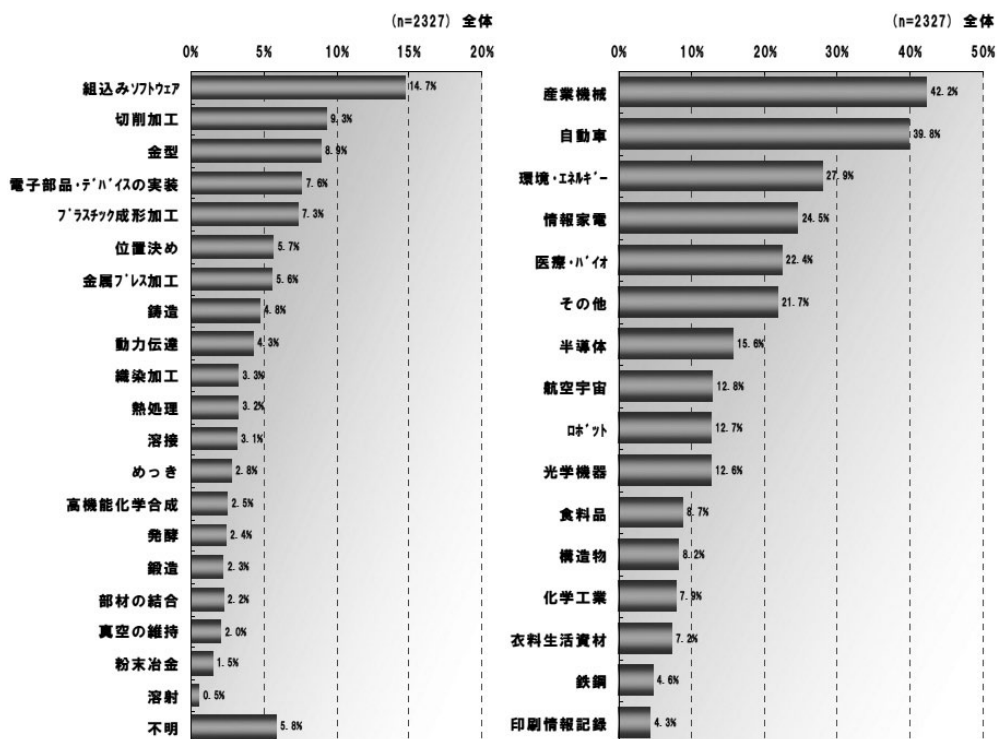
採択結果について中小企業庁（2011）がまとめた報告書「平成21年度 ものづくり中小企業製品開発等支援補助金 成果事例集」（以下、成果事例集とする）によると、実施された事業は試作開発等支援事業では2,327件、実証等支援事業では666件で計2,993件となっている。本事例集ではさらに、試作開発等支援事業の2,327件について申請者ごとの分析をしており、特定ものづくり基盤技術ごと、川下産業分野ごとに分類している。

まず地域別に見た場合、北海道で57件、東北地方で113件、関東地方で919件、中部地方で554件、近畿地方で338件、中国地方で135件、四国地方で63件、九州地方で136件、沖縄で12件となっている。地域別では、関東、中部、近畿といった大都市を抱えた地方の実施件数が多いことがわかる。さらに、都道府県別にみた場合では100件以上実施した都道府県は群馬県で104件、埼玉県で101件、東京都で192件、神奈川県で118件、静岡県で129件、愛知県で272件、大阪府で151件となっている。このことから、実施件数が多い都道府県でも大都市が多いものの、静岡県や群馬県といった県であっても多くの実施件数があることがわかる⁽⁴⁾。

次に特定ものづくり基盤技術については、組み込みソフトウェアで14.7%、切削加工9.3%、金型8.9%、電子部品・デバイスの実装7.6%、プラスチック成型加工7.3%となっている。また、川下産業分野ごとについては、産業機械で42.2%、自動車で39.8%、環境・エネルギーで27.9%、情報家電で24.5%、医療・バイオで22.4%となっている。

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

表3-1 特定ものづくり基盤技術および川下産業分野への活用割合



注) 川下産業分野は複数回答

出所 平成21年度ものづくり中小企業製品開発等支援補助金成果事例集 (中小企業庁)

そして、特定ものづくり基盤技術ごと、川下産業分野ごとに分類したものの内で、技術分野が不明である136件を除外したものをクロス集計すると、川下産業分野が分散している技術分野と、集中している技術分野があることがわかってきている。具体的には、クロス集計の結果が50%以上を見た場合、自動車では、金型で59.4%、金属プレス加工で60.8%、鋳造で55.0%、溶接で56.2%、めっきで75.8%、鍛造で79.2%、粉末冶金で62.9%となっている。産業機械では、切削加工で55.3%、位置決めで62.1%、金属プレス加工で50.0%、鋳造で64.0%、動力伝達で65.7%、熱処理で54.7%、溶接で54.8%、鍛造で52.8%、粉末冶金で65.7%、溶射で58.3%となっている。環境・エネルギーでは、高機能化学合成で55.2%、溶射で50.0%となっている。半導体では、真空の維持で53.2%、衣料生活資材では、繊維加工で82.9%、食料品では発酵で75.4%となっている。

つまり、旧ものづくり補助金の内、採択件数が多い試作開発等支援事業では、①地域別ごとに実施件数に偏りがある点、②事業実施のために設備投資を実施している可能性がある点

いう点、③特定の産業において、特定の技術分野の試作開発が実施されている可能性があるという点が見える。

3. 2 旧ものづくり補助金の事業規模

ここで、旧ものづくり補助金の制度や結果分析においていくつかの特徴を挙げたが、実際にどのくらいの資金が使われたかを把握する必要がある。ここでは、会計検査院の2011年度決算報告「ものづくり中小企業製品開発等支援事業の実施に当たり、事業効果を適切に把握する体制を整備させるとともに成果活用型転用の申請が適切に行われるよう是正改善の処置を求め、並びに収益納付が適切に実施されるよう改善の処置を要求し及び成果活用型転用の承認審査が適切に実施されるよう意見を表示したもの」（以下、報告書）から分析を行う。

まず、中小企業庁は2009年度と2010年度に旧ものづくり補助金の予算約480億円を全国中央会に交付している。全国中央会では、都道府県中央会を通じ中小企業者から申請のあった内の2,993件を採択し480億714万5千円を交付しており、この内試作開発等支援事業の2,327件には466億円600万3千円を、実証等支援事業の666件には14億円1,142千円を交付している。ただ、旧ものづくり補助金は最大で2/3補助であるため、総額では762億5,913万2千円となっている。これは、平成21年度補正予算において、ものづくり技術力の維持・強化として705億円が計上されており、そのうち480億円が本事業であったことから中小企業向け補助事業の中では規模の大きいことがわかる。

表3-2 補助金交付額（単位：千円）

	件数	補助対象事業費	補助金交付額
試作開発事業	2,327	74,718,855	46,606,003
実証事業	666	1,540,276	1,401,142
計	2,993	76,259,132	48,007,145

出所 2011年度決算報告（会計検査院）

次に、2012年5月末現在での事業状況について、企業化状況報告書から分析を行っている。それによると企業化状況報告書を提出することとされていた2,731件のうち、中断が368件、継続中が999件、事業化第1段階から第2段階（製品販売に関する宣伝等を行っているものなど）が361件、事業化第3段階から第5段階（事業化を達成しているもの）が309件（事業化率11.3%）、提出期限が到来しているにもかかわらず未提出なものは694件となっている。

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

表3-3 事業化状況（2012年5月末現在）

事業化等の状況	事業件数
中断	368
継続	999
第1段階～第2段階	361
第3段階～第5段階	309
計	2,037
未提出	694
合計	2,731

出所 2011年度決算報告（会計検査院）

報告書によれば、中小企業庁は本事業の成果物が事業終了後5年以内に80%が事業化することを目標としている。このため、2,731件の80%である約2,185件が事業化する必要がある。また、中断が546件を超えるようであれば20%を超えることになってしまう。つまり、補助事業は採択された後のフォローについても事業化まで支援することで事業化率を高める可能性があり、支援することが重要であることがわかる。

4. 中小企業政策上での関係性について

旧ものづくり補助金の実施結果が、上記の山田、加藤、永山それぞれの指摘に対してどのような効果があったのかを分析する。まず、山田の指摘については、前述の成果事例集からの分析を用いる。なお、成果事例集では2010年12月に全実施事業者から約300件のプロジェクトを抽出しアンケート調査を実施している。

成果事例集によれば、補助金事業がもたらした成果・波及効果について「技術力・研究開発力・事業化推進力が向上」したとの質問に対して、効果があったと回答したのが全体の93.6%、「試作開発従業者等の自社の人材育成」という質問に対しても、効果があったと回答したのが91.5%となっている。これは、技術・経営に独自性を生み出すためには必要である要素である。また、研究開発投資を「増加」させたと回答した企業が38.6%存在している。旧ものづくり補助金期間中は、リーマンショック後の世界同時不況の最中であったことを考慮すれば、研究開発投資を実施することは各種投資への呼び水を旧ものづくり補助金が果たした可能性が高いことを意味している。一方で、「大企業の揺籃としての中小企業」に関しては長期的な視点で分析をしなければならないため、効果があったかどうかは不明であった。この

ように、山田の指摘している中小企業に対して、独自性やサポーター・インダストリーといった要素には効果のあった補助金であったと考えられる。

次に加藤や永山の指摘については、中小企業庁が実施している中小企業実態基本調査⁽⁵⁾の2008年度～2012年度の結果を用いて分析を行う。中小企業実態基本調査は抽出調査ではあるものの、中小企業を対象として毎年実施されており、その傾向を分析するためには最適であると考えられる。

本調査結果で注目するのは、設備投資額全体の推移、機械装置費の推移及び新規事業部門への進出・事業転換・兼業部門の強化など多角化の推移である。これは、成果事例集の結果より事業実施のために設備投資を実施している可能性が高いことが挙げられるためである。

今回は、前述した100件以上実施した7都道府県の推移を分析する。これは、実施件数が多い都道府県の方が、「技術や経営に独自性を有するやる気のある中小企業」が多いため設備投資に積極的であると考えられるからである。分析の結果として旧ものづくり補助金実施期間中である2009年度から2011年度においては、都道府県ごとの企業1社企業あたりの設備投資額に大きな変化は見られないと判断できる（表4-1）。確かに、2009年度の設備投資額では東京、大阪は5年間の内では最も高い数値を示しているものの、機械装置への投資をみれば5年間で最も高い数値ではないことがわかる。

都道府県ごとのデータは全ての業種を含んでおり、旧ものづくり補助金の予算規模が大きいとしても平均投資金額を上昇させるほどの影響はないものと判断できる。これは加藤の指摘するような国の補助事業でもあっても、都道府県単位になってしまえばその影響力は弱まってしまうことがわかる。つまり、国が直接実施する中小企業政策であっても、都道府県単位までに影響を及ぼすためには、予算規模が小さいことがわかる。このため「空飛ぶ補助金」問題は、中小企業政策においては問題とされる程、地方自治体との軋轢を生じさせるものではないと考えられる。

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

表4-1 都道府県ごとの企業1社企業あたりの設備投資額（単位：万円）

		2008年度	2009年度	2010年度	2011年度	2012年度
群馬	設備投資額	4,990	2,966	2,452	1,928	2,617
	（内、機械装置）	1,900	578	604	615	687
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	2,153	349	423	207	456
埼玉	設備投資額	2,979	2,184	2,486	2,350	2,420
	（内、機械装置）	729	686	397	616	780
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	378	238	783	287	229
東京	設備投資額	3,847	4,839	3,535	3,120	4,599
	（内、機械装置）	593	705	602	670	823
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	539	979	293	264	517
神奈川	設備投資額	3,002	2,280	1,866	2,175	2,478
	（内、機械装置）	742	445	254	445	955
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	253	510	119	174	206
静岡	設備投資額	3,096	2,860	2,077	2,847	2,328
	（内、機械装置）	775	516	410	418	717
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	261	281	125	588	361
愛知	設備投資額	2,990	3,065	2,672	3,331	2,611
	（内、機械装置）	675	690	451	624	419
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	433	172	275	397	668
大阪	設備投資額	2,870	4,710	2,503	3,002	1,838
	（内、機械装置）	806	829	640	867	452
	新規事業部門への 進出・事業転換・兼 業部門の強化など 多角化	338	889	197	532	345

中小企業実態基本調査（中小企業庁）より筆者作成

永山の指摘については、旧ものづくり補助金については製造業者を対象とした補助金であることから産業政策の一環で実施されているため、その指摘は妥当であると考えられる。また、申請条件に中小企業者でなければ申請できないことから、独占・寡占企業行動に対する対抗できる企業勢力の育成を目指すという理念と合致していることがわかる。

さらに、経済情勢が悪化する中での補助事業であったこと勘案して製造業の設備投資額を見ると、2009年度は前年度よりも投資額は減少しており2010年度も同様である。しかし、2012年度をみると5年間で最も少ない投資額となってしまう（表4-2）。つまり、設備投資額を決定する要因は様々あるものの、旧ものづくり補助金についても設備投資を増加させる効果のある景気対策としての側面をもっていると考えられる。

表4-2 年度ごとの設備投資額及び製造業の設備投資額（単位：百万円）

	2008年度	2009年度	2010年度	2011年度	2012年度
全業種	9,235,071	9,357,098	8,374,271	8,786,229	5,953,832
（内、機械装置）	2,162,672	1,892,751	1,766,735	1,888,450	1,573,365
製造業	3,299,098	2,734,774	2,332,619	2,910,427	1,937,588
（内、機械装置）	1,492,825	1,156,502	1,096,895	1,350,757	949,538
（内、新規事業部門への 進出・事業転換・兼業部 門の強化など多角化）	457,859	203,538	168,601	313,381	283,817

中小企業実態基本調査（中小企業庁）より筆者作成

4. 1 新ものづくり補助金との制度上の違い

新ものづくり補助金は、旧ものづくり補助金の概要と大きくは変わらない。これは、前述した中小企業政策上の関係性に大きな変更がないためであろうと考えられる。一方で、①補助事業の予算規模の大型化、②補助金額の上限の変更、③補助事業の対象の追加、④中小ものづくり高度化指針の変更による技術要件の変更、⑤経営革新等支援機関^⑥の制度が開始された、などが挙げられるため以下に変更点について述べることにする。

予算規模の大型化について、旧ものづくり補助金の予算規模については既に触れているが、新ものづくり補助金の場合、2012年度補正予算では1,007億円、2013年度補正予算では1,400億円、2014年度補正予算では1,020億円が計上されているこのため、採択数も増加し、経済に与える規模の大きいことが予想される。

補助金額の上限の変更については旧ものづくり補助金の場合、最高で1億円であったが新ものづくり補助金の場合、最高でも1千万円となった。これは、採択数とその分増加することが予想され、「技術や経営に独自性を有するやる気のある中小企業」にとっては機会を得る可能性が高まる。

補助事業の対象の変更については、旧ものづくり補助金の場合製造業を営む事業者のみ申請ができる補助事業だったが、2013年度補正予算で実施される事業からは商業・サービス業を営む事業者も対象となった。このため、中小企業全体に影響を与える可能性がある。

中小ものづくり高度化指針^⑦の変更による技術要件の変更については、旧ものづくり補助

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

金が実施された際には、22分野であったが、新ものづくり補助金では2013年度補正予算事業では11分野に変更となり、2014年度補正予算事業では12分野に変更となっている。このため、技術要素ごとに比較することが難しくなった。

経営革新等支援機関の制度が開始されたことについては、各種補助事業は補助金を獲得することが目的ではなく、申請書に記載した内容を実現することが目的である。旧ものづくり補助金においては事業化率80%を目標としており、補助事業の事業中・事業後の継続的支援が重要であるが、加藤の指摘するように国の人員だけではこのような継続的支援は難しい。そこで、新たに経営革新等支援機関に協力してもらい申請から事業後の支援を実施することとなった。

上記5点について変更点があるものの、今回の分析によって新ものづくり補助金は、「技術や経営に独自性を有するやる気のある中小企業」にとって、新たな挑戦を行うには最適である。また、製造業を営む中小企業の設備投資額を上昇させる効果がある一方で、国が直接実施する補助金であるが都道府県ごとに見れば設備投資額への影響は小さいということが予想される。

5. 終わりに

今回は、旧ものづくり補助金が中小企業政策とどのような関連性があるか、その傾向を分析することで、新ものづくり補助金が中小企業政策にどのような影響を与えるかを分析した。これは、PDCA サイクル上では、C (Check) に該当することであるが、そもそも新ものづくり補助金は、「小さな企業未来会議」での議論を経て開始された事業であり、ここでの議論がC (Check) に該当するのではないかと感じる方もいるだろう。

しかし、旧ものづくり補助金を実施した結果、どのような効果・影響が表れたのかについては客観的に数値を使った議論がされていない。数字を挙げない議論では、主観的になってしまう。かといって、数値を単純に公表しても何を意味するのかは、事業を実施する前に目標を設定していないと意味を表さない。これは、企業経営にも同じことが言える。経営を行う上で財務・会計という数値は必須であるが、経営理念や戦略がなければ意味のない数値を表示しているだけになってしまう。このため、本論では補助事業の結果分析を行い、新たな事業についての予測を実施した。

中小企業支援事業は数多く実施されている。今後は、各種事業について複合的な分析を実施して、中小企業支援の在り方を考えたい。

(注1) 繰越明許費として2010年度に繰り越され、さらに、2011年度には事故繰越しされている。

(注2) 加藤は特に空飛ぶ補助金についての指摘をしている。加藤によれば「空飛ぶ補助金については、国から都道府県を経由せず直接交付されるものであり、総務省では関係府省の補助金等のうち、交付先が都道府県ではないものについて、便宜、次の①、②及び③に整理している。①国から、都道府県予算を経由せず、市町村に交付される補助金等。②国から、都道府県を経由せず、民間事業者・公益法人等に交付される補助金等。③国から、独立行政法人・特殊法人等を経由して、市町村・民間事業者・公益法人等に交付される補助金等。」と定義している。

(注3) 自治体が行うべきものと国が行うべきもの双方に、中小企業の経営基盤の強化があげられているがそれぞれ具体的内容が異なっている。自治体は、新たな事業活動支援（農商工連携、新連携など）、海外展開支援、ものづくり・技術の高度化支援、技術革新・IT化支援、雇用・人材支援、設備導入支援等、連携・共同化の推進、下請け中小企業の振興、中小商業の振興、中心市街地の活性化等としている。国は、取引の適正化としており、それぞれの役割を明確にしている。

(注4) 静岡県や群馬県で実施件数が多い理由として、製造業者が多く立地しているという特徴が伺える。2008年度に実施された全国都道府県別の工業に関する調査結果をまとめた「我が国の工業」（2011）によれば、静岡県は事業所数で全国5位、従業員数では全国3位、出荷額でも全国3位であった。また、群馬県は事業所数で全国11位、従業員数では全国14位、出荷額では全国15位であった。

つまり、静岡県と群馬県は全国的には製造業が盛んな地域であることから、実施件数も多くなったことが類推される。

(注5) この調査は中小企業庁によれば、「中小企業基本法第10条の規定に基づき、中小企業を巡る経営環境の変化を踏まえ、中小企業全般に共通する財務情報、経営情報及び設備投資動向等を把握するため、中小企業全般の経営等の実態を明らかにし、中小企業施策の企画・立案のための基礎資料を提供するとともに、中小企業関連統計の基本情報を提供するためのデータ収集を行うことを目的」としている。また、調査方法は中小企業の中からいくつかの先へ調査票を送付して実施している。抽出方法として総務省が実施している「事業所・企業統計調査（基幹統計）」の結果をもとに、中小企業約420万社の中から約11万社を選出して毎年実施されている。

(注6) 中小企業の海外における商品の需要の促進等のための中小企業の新たな事業活動の促進に関する法律等の一部を改正する法律に基づき、中小企業の支援事業を行う者として認定された法人や個人。詳しくは新井（2015）を参照願いたい。

(注7) 中小企業のものづくり基盤技術の高度化に関する法律であり、旧ものづくり補助金の

中小企業政策思想は支援現場においてどのように活かされているか ～ものづくり補助金を事例に～

際には、22分野（鍛造、塗装、熱処理、動力伝達、部材の締結、組み込みソフトウェア、鋳造、真空、位置決め、繊維加工、金属プレス加工、プラスチック成形加工、発酵、溶接、冷凍空調、切削加工、高機能化学合成、電子部品・デバイスの実装、金型、めっき、粉末冶金、溶射・蒸着）であった。これが、2013年度補正予算事業「中小企業・小規模事業者ものづくり・商業・サービス革新事業」以降には、11分野（情報処理に係る技術、精密加工に係る技術、製造環境に係る技術、接合・実装に係る技術、立体造形に係る技術、表面処理に係る技術、機械制御に係る技術、複合・新機能材料に係る技術、材料製造プロセスに係る技術、バイオに係る技術、測定計測に係る技術）に変更となり、その後2014年度補正予算事業「ものづくり・商業・サービス革新補助金」には、1分野の追加（デザイン開発技術）が加わり現在に至っている。

参考文献

新井 稲二：認定支援機関たる金融機関の支援体制について～神奈川県内の支援結果を参考に～、産業能率大学紀要、第35巻第2号、2015年、pp.1－18

大阪府中小企業団体中央会：平成24年度ものづくり中小企業・小規模事業者試作開発等支援補助金【1次公募要領（複数回公募を予定）】2013年

大阪府中小企業団体中央会：平成24年度補正ものづくり中小企業・小規模事業者試作開発等支援補助金【2次公募要領】、2013年

大阪府中小企業団体中央会：平成25年度補正中小企業・小規模事業者ものづくり・商業・サービス革新事業【1次公募要領】、2014年

大阪府中小企業団体中央会：平成25年度補正中小企業・小規模事業者ものづくり・商業・サービス革新事業【2次公募要領】、2014年

大阪府中小企業団体中央会：平成26年度補正ものづくり・商業・サービス革新補助金【1次公募要領】、2015年

会計検査院：ものづくり中小企業製品開発等支援事業の実施に当たり、事業効果を適切に把握する体制を整備させるとともに成果活用型転用の申請が適切に行われるよう是正改善の処置を求め、並びに収益納付が適切に実施されるよう改善の処置を要求し及び成果活用型転用の承認審査が適切に実施されるよう意見を表示したもの、平成23年度決算報告、<http://report.jbaudit.go.jp/org/h23/2011-h23-0503-0.htm>

加藤 雅史：経済産業行政における地方分権についての考察—中小企業政策を例に一、公共政策志林、第2号、2014年、pp.43－61

経済産業省：平成21年度第一次補正予算案に係る経済産業省関連施策の概要、2009年

経済産業省：「特定ものづくり基盤技術高度化指針」を改正しました、ニュースリリース、

2014年

経済産業省経済産業政策局調査統計部：我が国の工業 変化を続ける製造業、2011年

全国中小企業団体中央会：平成21年度ものづくり中小企業製品開発等支援補助金（試作開発等支援事業）【公募要領】、2009年

中小企業庁 経営支援部 創業・技術課：平成21年度ものづくり中小企業製品開発等支援補助金成果事例集、中小企業庁、2011年

中小企業庁：中小企業実態基本調査（平成20年度 - 平成24年度）、

<http://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/NewList.do?tid=000001019842>

永山 利和：中小企業政策の基礎と日本の中小企業政策、阪南論集 社会科学編、Vol.45 No.3、2010年、pp.17-30

山田 宏：中小企業政策は何を目的とするのか～中小企業政策とその思想の変遷～、経済のプリズム、No103、2013年、pp.1-24

特殊な行列式と三角関数（第二報）

The Second Report on Special Determinants and Trigonometric Functions

手代木 琢磨*

Takuma Teshirogi

勝間 豊

Yutaka Katsuma

Abstract

In our previous paper, the secular equation of quantum chemistry was extended to the special determinants, which had interesting properties of trigonometric functions. In this paper, we describe the calculation of tangent and the binomial coefficient relationships.

1. 序 論

前報（手代木2011）では量子化学の単純ヒュッケル法で使われる永年方程式から誘導される二種類の行列式の応用を述べたが、現報ではこの二種類の行列式から正弦や余弦の値ばかりでなく正接の値も誘導でき、さらに二項係数の様々な関係式も誘導されることが解ったので報告する。また、これらの行列式の力学への応用についても併せて報告する。

2. 定 義

前報（1）で定義した二種類の特殊な行列式を示す。左側の行列式 $|\mathbf{X}_N|$ を第一種の行列式、右側の行列式 $|\mathbf{+X}_N|$ を第二種の行列式と呼ぶ。

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\begin{array}{ll}
 |\mathbf{X}_0| = 1 & |_+\mathbf{X}_0| = 1 \\
 |\mathbf{X}_1| = x & |_+\mathbf{X}_1| = x \\
 |\mathbf{X}_3| = \begin{vmatrix} x & b & 0 \\ a & x & b \\ 0 & a & x \end{vmatrix} & |_+\mathbf{X}_3| = \begin{vmatrix} x & b & a \\ a & x & b \\ b & a & x \end{vmatrix} \\
 |\mathbf{X}_4| = \begin{vmatrix} x & b & 0 & 0 \\ a & x & b & 0 \\ 0 & a & x & b \\ 0 & 0 & a & x \end{vmatrix} & |_+\mathbf{X}_4| = \begin{vmatrix} x & b & 0 & a \\ a & x & b & 0 \\ 0 & a & x & b \\ b & 0 & a & x \end{vmatrix} \\
 |\mathbf{X}_5| = \begin{vmatrix} x & b & 0 & 0 & 0 \\ a & x & b & 0 & 0 \\ 0 & a & x & b & 0 \\ 0 & 0 & a & x & b \\ 0 & 0 & 0 & a & x \end{vmatrix} & |_+\mathbf{X}_5| = \begin{vmatrix} x & b & 0 & 0 & a \\ a & x & b & 0 & 0 \\ 0 & a & x & b & 0 \\ 0 & 0 & a & x & b \\ b & 0 & 0 & a & x \end{vmatrix} \\
 |\mathbf{X}_6| = \begin{vmatrix} x & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & x & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & x & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & x & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & x & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & x \end{vmatrix} & |_+\mathbf{X}_6| = \begin{vmatrix} x & b & 0 & 0 & 0 & a \\ a & x & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & x & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & x & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & x & b \\ b & 0 & 0 & 0 & a & x \end{vmatrix}
 \end{array}$$

まず第一種の x に関する偶数次の行列式は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{X}_2| &= x^2 + (-ab) \\
 |\mathbf{X}_4| &= x^4 + 3(-ab)x^2 + (-ab)^2 \\
 |\mathbf{X}_6| &= x^6 + 5(-ab)x^4 + 6(-ab)^2x^2 + (-ab)^3 \\
 |\mathbf{X}_8| &= x^8 + 7(-ab)x^6 + 15(-ab)^2x^4 + 10(-ab)^3x^2 + (-ab)^4 \\
 |\mathbf{X}_{10}| &= x^{10} + 9(-ab)x^8 + 28(-ab)^2x^6 + 35(-ab)^3x^4 + 15(-ab)^4x^2 + (-ab)^5
 \end{aligned}$$

同様に第一種の x に関する奇数次の行列式は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{X}_3| &= x^3 + 2(-ab)x \\
 |\mathbf{X}_5| &= x^5 + 4(-ab)x^3 + 3(-ab)^2x \\
 |\mathbf{X}_7| &= x^7 + 6(-ab)x^5 + 10(-ab)^2x^3 + 4(-ab)^3x \\
 |\mathbf{X}_9| &= x^9 + 8(-ab)x^7 + 21(-ab)^2x^5 + 20(-ab)^3x^3 + 5(-ab)^4x \\
 |\mathbf{X}_{11}| &= x^{11} + 10(-ab)x^9 + 36(-ab)^2x^7 + 56(-ab)^3x^5 + 35(-ab)^4x^3 + 6(-ab)^5x
 \end{aligned}$$

以上をまとめて次のように表される。

$$\begin{cases} |\mathbf{X}_{2N}| = \sum_{k=0}^N \left\{ (-ab)^k {}_{2N-k}C_k x^{2(N-k)} \right\} \\ |\mathbf{X}_{2N+1}| = \sum_{k=0}^N \left\{ (-ab)^k {}_{2N+1-k}C_k x^{2(N-k)+1} \right\} \end{cases}$$

また第二種の x に関して偶数次の行列式は次のように表される。

$$\begin{aligned} |{}_+\mathbf{X}_4| &= x^4 + 4(-ab)x^2 - (a^2 - b^2)^2 \\ |{}_+\mathbf{X}_6| &= x^6 + 6(-ab)x^4 + 9(-ab)^2x^2 - (a^3 + b^3)^2 \\ |{}_+\mathbf{X}_8| &= x^8 + 8(-ab)x^6 + 20(-ab)^2x^4 + 16(-ab)^3x^2 - (a^4 - b^4)^2 \\ |{}_+\mathbf{X}_{10}| &= x^{10} + 10(-ab)x^8 + 35(-ab)^2x^6 + 50(-ab)^3x^4 + 25(-ab)^4x^2 - (a^5 + b^5)^2 \\ |{}_+\mathbf{X}_{12}| &= x^{12} + 12(-ab)x^{10} + 54(-ab)^2x^8 + 112(-ab)^3x^6 + 105(-ab)^4x^4 + 36(-ab)^5x^2 - (a^6 - b^6)^2 \end{aligned}$$

同様に第二種の x に関して奇数次の行列式は次のように表される。

$$\begin{aligned} |{}_+\mathbf{X}_3| &= x^3 + 3(-ab)x + a^3 + b^3 \\ |{}_+\mathbf{X}_5| &= x^5 + 5(-ab)x^3 + 5(-ab)^2x + a^5 + b^5 \\ |{}_+\mathbf{X}_7| &= x^7 + 7(-ab)x^5 + 14(-ab)^2x^3 + 7(-ab)^3x + a^7 + b^7 \\ |{}_+\mathbf{X}_9| &= x^9 + 9(-ab)x^7 + 27(-ab)^2x^5 + 30(-ab)^3x^3 + 9(-ab)^4x + a^9 + b^9 \\ |{}_+\mathbf{X}_{11}| &= x^{11} + 11(-ab)x^9 + 44(-ab)^2x^7 + 77(-ab)^3x^5 + 55(-ab)^4x^3 + 11(-ab)^5x + a^{11} + b^{11} \end{aligned}$$

第一報で述べたように $\frac{d}{dx} \{ |{}_+\mathbf{X}_N| \} = N |\mathbf{X}_{N-1}|$ となるので次式が成立する、

$$\begin{cases} |{}_+\mathbf{X}_{2N}| = (2N) \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ (-ab)^k \frac{{}_{2N-1-k}C_k}{2(N-k)} x^{2(N-k)} \right\} - \left\{ a^N - (-b)^N \right\}^2 \\ |{}_+\mathbf{X}_{2N+1}| = (2N+1) \sum_{k=0}^N \left\{ (-ab)^k \frac{{}_{2N-k}C_k}{2(N-k)+1} x^{2(N-k)+1} \right\} + a^{2N+1} + b^{2N+1} \end{cases}$$

第一種の行列式の因数分解

偶数次の行列式の場合

現報では、第一種の行列式も第二種の行列式と同様に三角値を用いて因数分解できることが解ったので報告する。偶数次の場合前報で述べた次式を利用している。ただし $ab = \gamma^2$ とおく。

$$|\mathbf{X}_{2N}| = |\mathbf{X}_N|^2 - \gamma^2 |\mathbf{X}_{2N}|^2 = \left\{ |\mathbf{X}_N| - \gamma |\mathbf{X}_{N-1}| \right\} \left\{ |\mathbf{X}_N| + \gamma |\mathbf{X}_{N-1}| \right\}$$

ただし次数の高い行列式は演繹している。

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_2| &= x^2 - \gamma^2 = \left(x - 2\gamma \cdot \frac{1}{2}\right) \left(x + 2\gamma \cdot \frac{1}{2}\right) = \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{1}{3}\pi\right) \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2}{3}\pi\right) \\ &= \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{1}{3}\pi\right) = \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_4| &= |\mathbf{X}_2|^2 - \gamma^2 |\mathbf{X}_1|^2 = (x^2 - \gamma^2)^2 - \gamma^2 x^2 = (x^2 - \gamma x - \gamma^2)(x^2 + \gamma x - \gamma^2) \\ &= \left(x - 2\gamma \frac{1+\sqrt{5}}{4}\right) \left(x - 2\gamma \frac{1-\sqrt{5}}{4}\right) \left(x - 2\gamma \frac{-1+\sqrt{5}}{4}\right) \left(x - 2\gamma \frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right) \\ &= \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{1}{5}\pi\right) \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{3}{5}\pi\right) \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2}{5}\pi\right) \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{4}{5}\pi\right) \\ &= \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{1}{5}\pi\right) \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{3}{5}\pi\right) = \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{2}{5}\pi\right) \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{4}{5}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_6| &= |\mathbf{X}_3|^2 - \gamma^2 |\mathbf{X}_2|^2 = (x^3 - 2\gamma^2 x)^2 - (\gamma x^2 - \gamma^3)^2 \\ &= (x^3 - \gamma x^2 - 2\gamma^2 x + \gamma^3)(x^3 + \gamma x^2 - 2\gamma^2 x - \gamma^3) \\ &= \prod_{k=1}^3 \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2k-1}{7}\pi\right) \cdot \prod_{k=1}^3 \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2k}{7}\pi\right) \\ &= \prod_{k=1}^3 \left(x^2 - 4\gamma^2 \cdot \cos \frac{2k-1}{7}\pi\right) = \prod_{k=1}^3 \left(x^2 - 4\gamma^2 \cdot \cos \frac{2k}{7}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_8| &= |\mathbf{X}_4|^2 - \gamma^2 |\mathbf{X}_3|^2 = (x^4 - 3\gamma^2 x^2 + \gamma^4)^2 - \gamma^2 (x^3 - 2\gamma^2 x)^2 \\ &= (x^4 - \gamma x^3 - 3\gamma^2 x^2 + 2\gamma^3 x + \gamma^4)(x^4 + \gamma x^3 - 3\gamma^2 x^2 - 2\gamma^3 x + \gamma^4) \\ &= (x - \gamma)(x^3 - 3\gamma^2 x - \gamma^3)(x + \gamma)(x^3 - 3\gamma^2 x + \gamma^3) \\ &= \prod_{k=1}^4 \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2k-1}{9}\pi\right) \cdot \prod_{k=1}^4 \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2k}{9}\pi\right) \\ &= \prod_{k=1}^4 \left(x^2 - 4\gamma^2 \cdot \cos \frac{2k-1}{9}\pi\right) = \prod_{k=1}^4 \left(x^2 - 4\gamma^2 \cdot \cos \frac{2k}{9}\pi\right) \end{aligned}$$

以上から次のようにまとめることができる。

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_{2N}| &= \prod_{k=1}^{2N} \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{k}{2N+1}\pi\right) \\ &= \prod_{k=1}^N \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2k-1}{2N+1}\pi\right) \cdot \prod_{k=1}^N \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{2k}{2N+1}\pi\right) \\ &= \prod_{k=1}^N \left(x^2 - 4\gamma^2 \cdot \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1}\pi\right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - 4\gamma^2 \cdot \cos^2 \frac{2k}{2N+1}\pi\right) \end{aligned}$$

また第一種の偶数次の行列式 $|\mathbf{X}_{2N}|$ は $2\gamma = 1$ とおいて次の二個の式に分割できる。

$$\begin{aligned}
 & \prod_{k=1}^N \left(x - \cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \\
 = & \left({}_N C_0 x^N - \frac{1}{2} \cdot {}_{N-1} C_0 x^{N-1} \right) - \frac{1}{4} \left({}_{N-1} C_1 x^{N-2} - \frac{1}{2} \cdot {}_{N-2} C_1 x^{N-3} \right) \\
 & + \frac{1}{16} \left({}_{N-2} C_2 x^{N-4} - \frac{1}{2} \cdot {}_{N-3} C_2 x^{N-5} \right) - \frac{1}{64} \left({}_{N-3} C_3 x^{N-6} - \frac{1}{2} \cdot {}_{N-4} C_3 x^{N-7} \right) + \dots \\
 = & \sum_{k=0} \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k \left({}_{N-k} C_k x^{N-2k} - \frac{1}{2} \cdot {}_{N-1-k} C_k x^{N-1-2k} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \prod_{k=1}^N \left(x - \cos \frac{2k}{2N+1} \pi \right) \\
 = & \left({}_N C_0 x^N + \frac{1}{2} \cdot {}_{N-1} C_0 x^{N-1} \right) - \frac{1}{4} \left({}_{N-1} C_1 x^{N-2} + \frac{1}{2} \cdot {}_{N-2} C_1 x^{N-3} \right) \\
 & + \frac{1}{16} \left({}_{N-2} C_2 x^{N-4} + \frac{1}{2} \cdot {}_{N-3} C_2 x^{N-5} \right) - \frac{1}{64} \left({}_{N-3} C_3 x^{N-6} + \frac{1}{2} \cdot {}_{N-4} C_3 x^{N-7} \right) + \dots \\
 = & \sum_{k=0} \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k \left({}_{N-k} C_k x^{N-2k} + \frac{1}{2} \cdot {}_{N-1-k} C_k x^{N-1-2k} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

以上の二式と次式とから、次の結果が得られる。

$$|\mathbf{X}_{2N}| = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k} C_k x^{2(N-k)} \right\}$$

$${}_{2N-k} C_k = \sum_{j=0}^k \left\{ {}_{N-j} C_j \cdot {}_{N-k+j} C_{k-j} + {}_{N-j-1} C_j \cdot {}_{N-k+j} C_{k-j-1} \right\} \quad \text{ただし } N \geq 2k \text{ とする。}$$

あらたに次の行列式 $\left| \frac{1}{\mathbf{X}_{2N}} \right|$ を定義し、 $4ab = 4\gamma^2 = 1$ とおくと、

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{1}{\mathbf{X}_{2N}} \right| &= (-4)^N x^{2N} \begin{vmatrix} \frac{1}{x} & b & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ a & \frac{1}{x} & b & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & a & \frac{1}{x} & b \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & a & \frac{1}{x} \end{vmatrix} = \prod_{k=1}^{2N} \left(x - \frac{1}{\cos \frac{k}{2N+1} \pi} \right) \\
 &= \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) \cdot \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) \\
 &= \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+k}C_{N-k} x^{2(N-k)} \right\}
 \end{aligned}$$

この式から $\prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = (-1)^N \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+k}C_{N-k} \right\}$

上の式を分割して次の二式が得られる。ただし $N = 2M + j$ ($j = 0$ or 1)。

$$\begin{aligned}
 &\prod_{k=1}^{2M+j} \left(x - \frac{1}{\cos \frac{2k-1}{2(2M+j)+1} \pi} \right) \\
 &= \left({}_M C_M x^{2M+j} + (-1)^j 2 \cdot {}_{M+j} C_{M+j-1} x^{2M+j-1} \right) \\
 &\quad - 4 \left({}_{M+1} C_{M-1} x^{2M+j-2} + (-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+1} C_{M+j-2} x^{2M+j-3} \right) \\
 &\quad + 16 \left({}_{M+2} C_{M-2} x^{2M+j-4} + (-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+2} C_{M+j-3} x^{2M+j-5} \right) \\
 &\quad - 64 \left({}_{M+3} C_{M-3} x^{2M+j-6} + (-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+3} C_{M+j-4} x^{2M+j-7} \right) + \dots \\
 &= \sum_{k=0} (-4)^k \left\{ {}_{M+k} C_{M-k} x^{2M+j-2k} + (-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+k} C_{M+j-1-k} x^{2M+j-1-2k} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \prod_{k=1}^{2M+j} \left(x - \frac{1}{\cos \frac{2k}{2(2M+j)+1} \pi} \right) \\
 &= \begin{pmatrix} {}_M C_M & x^{2M+j} & -(-1)^j 2 \cdot {}_{M+j} C_{M+j-1} x^{2M+j-1} \\ -4 \begin{pmatrix} {}_{M+1} C_{M-1} & x^{2M+j-2} & -(-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+1} C_{M+j-2} x^{2M+j-3} \end{pmatrix} \\ +16 \begin{pmatrix} {}_{M+2} C_{M-2} & x^{2M+j-4} & -(-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+2} C_{M+j-3} x^{2M+j-5} \end{pmatrix} \\ -64 \begin{pmatrix} {}_{M+3} C_{M-3} & x^{2M+j-6} & -(-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+3} C_{M+j-4} x^{2M+j-7} \end{pmatrix} + \dots \end{pmatrix} \\
 &= \sum_{k=0} (-4)^k \left\{ {}_{M+k} C_{M-k} x^{2M+j-2k} - (-1)^j 2 \cdot {}_{M+j+k} C_{M+j-1-k} x^{2M+j-1-2k} \right\}
 \end{aligned}$$

この二式とすでに得られた結果から、 $j=0$ の場合と $j=1$ の場合とに分けて次式が得られる。

$${}_{2M+k} C_{2M-k} = \sum_{l=0}^k \left\{ {}_{M+l} C_{M-l} \cdot {}_{M+k-l} C_{M-k+l} + {}_{M+l} C_{M-l-1} \cdot {}_{M+k-l-1} C_{M-k+l} \right\} (j=0)$$

$${}_{2M+1+k} C_{2M+1-k} = \sum_{l=0}^k \left\{ {}_{M+l} C_{M-l} \cdot {}_{M+k-l} C_{M-k+l} + {}_{M+l+1} C_{M-l} \cdot {}_{M+k-l} C_{M-k+l+1} \right\} (j=1)$$

奇数次の行列式の場合

$$|\mathbf{X}_{2N+1}| = \sum_{k=0}^N \left\{ (-\gamma^2)^k {}_{2N+1-k} C_k x^{2(N-k)+1} \right\} \quad \text{で、}$$

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{X}_{2N+1}| &= \prod_{k=1}^{2N+1} \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{k}{2N+2} \pi \right) \\
 &= x \prod_{k=1}^N \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{k}{2N+2} \pi \right) \cdot \prod_{k=1}^N \left(x - 2\gamma \cdot \cos \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) \\
 &= x \prod_{k=1}^N \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = x \prod_{k=1}^N \left(x^2 - 4\gamma^2 \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right)
 \end{aligned}$$

なので、 $2\gamma=1$ とおいて次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) \\
 &= \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N+1-k} C_k x^{2(N-k)} \right\}
 \end{aligned}$$

あらたに次の行列式 $\left| \frac{1}{\mathbf{X}_{2N+1}} \right|$ を定義し、 $4ab = 4\gamma^2 = 1$ とおくと、

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{1}{\mathbf{X}_{2N+1}} \right| &= (-4)^N x^{2N+1} \begin{vmatrix} \frac{1}{x} & b & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ a & \frac{1}{x} & b & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & a & \frac{1}{x} & b \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & a & \frac{1}{x} \end{vmatrix} \\
 &= x \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{k}{2N+2} \pi} \right) \cdot \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) \\
 &= x \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = x \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right)
 \end{aligned}$$

この式を利用して、

$$\begin{aligned}
 \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) &= \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) \\
 &= \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k C_{N+1+k} x^{2(N-k)} \right\}
 \end{aligned}$$

この式に $x=1$ を代入して、

$$\prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{(-1)^N}{N+1} \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k C_{N+1+k} \right\}$$

第二種の行列式の因数分解

偶数次の行列式の場合

前報で第二種の行列式の因数分解について述べたので、現報では新たな結論を述べる。

ただし $p = a + b$, $q = a - b$ である。 $|\mathbf{X}_{2N}|$ を用いて

$$(p^2) \prod_{k=1}^{N-1} \left(p^2 \cos^2 \frac{2k}{2N} \pi + q^2 \sin^2 \frac{2k}{2N} \pi \right) = \left\{ a^N - (-b)^N \right\}^2 \quad \text{から}$$

$$\prod_{k=1}^{N-1} \left\{ (a+b)^2 \cos^2 \frac{2k}{2N} \pi + (a-b)^2 \sin^2 \frac{2k}{2N} \pi \right\} = \left\{ \sum_{k=1}^N (-1)^{k-1} a^{N-k} b^{k-1} \right\}^2$$

$$\text{または } \prod_{k=1}^N \left\{ (a+b)^2 \cos^2 \frac{2k}{2N+2} \pi + (a-b)^2 \sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi \right\} = \left\{ \sum_{k=0}^N (-1)^k a^{N-k} b^k \right\}^2$$

$$\text{さらに } |+_{{\bf X}_{2N}}| = (2N) \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ (-ab)^k \frac{2N-1-k}{2(N-k)} C_k x^{2(N-k)} \right\} - \left\{ a^N - (-b)^N \right\}^2 \text{ に}$$

$$\left\{ a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, ab = -\frac{1}{4} \right. \text{ を代入し次式を得る。}$$

$$\prod_{k=1}^{N-1} \left(x^2 + \sin^2 \frac{2k}{2N} \pi \right) = (2N) \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{4^k} \cdot \frac{2N-1-k}{2(N-k)} C_k x^{2(N-1-k)} \right\}$$

この式を応用し次式を得る。

$$\prod_{k=1}^{N-1} \left(x^2 - \frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N} \pi} \right) = \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \frac{(-4)^k}{k+1} \cdot \frac{N+k}{N} C_{N-1-k} x^{2(N-1-k)} \right\}$$

$N-1$ の代わりに N を用いて次式を得る。

$$\sum_{k=1}^{N+1} \left(\sin^2 \frac{2k-1}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi \right) = \frac{N+1}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{N+1} \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+2} \pi \right) = \frac{N+1}{2}, \quad \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+2} \pi \right) = \frac{N-1}{2}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{2 \cdot \frac{N+2}{N+1} C_{N-1}}{N+1 C_N} = \frac{N(N+2)}{3}$$

奇 数 次 の 行 列 式 の 場 合

$|+_{{\bf X}_{2N+1}}|$ の場合も結論だけを述べる。

$$(p) \prod_{k=1}^N \left(p^2 \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi + q^2 \sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = a^{2N+1} + b^{2N+1} \quad \text{から}$$

$$\prod_{k=1}^N \left\{ (a+b)^2 \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi + (a-b)^2 \sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right\} = \sum_{k=0}^{2N} \left\{ (-1)^k a^{2N-k} b^k \right\}$$

$$\text{さらに } |+_{{\bf X}_{2N+1}}| = (2N+1) \sum_{k=0}^N \left\{ (-ab)^k \frac{2N-k}{2(N-k)+1} C_k x^{2(N-k)+1} \right\} + a^{2N+1} + b^{2N+1} \text{ に}$$

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$\left\{ a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, ab = -\frac{1}{4} \right.$ を代入すると、前報の結果と合わせて、

$$\prod_{k=1}^N \left(x^2 + \sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = (2N+1) \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{1}{4^k} \cdot \frac{2N-k}{2(N-k)+1} C_k x^{2(N-k)} \right\}$$

この式を応用し次式を得る。

$$\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{(-4)^k}{2k+1} \cdot {}_{N+k}C_{N-k} \cdot x^{2(N-k)} \right\}$$

この式から次式が得られる。

$$\sum_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{2N+1}{4}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{2N-1}{4}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{{}_{N+1}C_{N-1}}{{}_N C_N} = \frac{2N(N+1)}{3}$$

応 用

$$\prod_{k=1}^N \left(x - \cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left(-\frac{1}{4} \right)^k \left({}_{N-k}C_k x^{N-2k} - \frac{1}{2} {}_{N-1-k}C_k x^{N-1-2k} \right) \text{ から}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \frac{1}{2} \cdot {}_{N-1}C_0 = \frac{1}{2}$$

$$\sum_{j,k=1}^N \left(\cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = -\frac{1}{4} \cdot {}_{N-1}C_1 = -\frac{N-1}{4}$$

$$\sum_{j,k,l=1}^N \left(\cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \cdot \cos \frac{2l-1}{2N+1} \pi \right) = -\frac{1}{8} \cdot {}_{N-2}C_1 = -\frac{N-2}{8}$$

などの関係式が容易に得られる。一部の結果は前報でも得られているが、現報の導入方法がより簡便である。これらの式を利用して

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^N \left(\cos^3 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \right\}^3 \\
 &\quad - 3 \left\{ \sum_{j,k=1}^N \left(\cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \right\} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \right\} \\
 &\quad + 3 \left\{ \sum_{j,k,l=1}^N \left(\cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi \cdot \cos \frac{2l-1}{2N+1} \pi \right) \right\} \\
 &= \left(\frac{1}{2} \cdot {}_{N-1}C_0 \right)^3 - 3 \left(-\frac{1}{4} \cdot {}_{N-1}C_1 \right) \left(\frac{1}{2} \cdot {}_{N-1}C_0 \right) + 3 \left(-\frac{1}{8} \cdot {}_{N-2}C_1 \right) = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

上の式は $N=1$ のときは成立しないが、 $N=2$ 以上では成立する。一般に次式が成立する。

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N \left\{ \cos^{2j-1} \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right\} = \frac{1}{2} & (j \leq N-1) \\ \sum_{k=1}^N \left\{ \cos^{2j-1} \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right\} < \frac{1}{2} & (j \geq N) \end{cases}$$

$$\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k}C_k x^{2(N-k)} \right\} \quad \text{から}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{1}{4} {}_{2N-1}C_1 = \frac{2N-1}{4}$$

$$\sum_{j,k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{j,k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2j}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{1}{16} \cdot {}_{2N-2}C_2$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j,k,l=1}^N \left(\cos^2 \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2l-1}{2N+1} \pi \right) \\
 &= \sum_{j,k,l=1}^N \left(\cos^2 \frac{2j}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2l}{2N+1} \pi \right) = \frac{1}{64} \cdot {}_{2N-3}C_3
 \end{aligned}$$

などの関係式が得られる。さらに

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^N \left(\cos^4 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \right\}^2 - 2 \left\{ \sum_{j,k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2j-1}{2N+1} \pi \cdot \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \right\} \\
 &= \left(\frac{1}{4} {}_{2N-1}C_1 \right)^2 - \frac{1}{8} \cdot {}_{2N-2}C_2 = \frac{6N-5}{16}
 \end{aligned}$$

また $x=1$ を代入し、前報の結果と合わせて次のように表すことができる。

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\begin{aligned}
 & \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(1 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) \\
 & = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(1 - \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) \\
 & = \prod_{k=1}^{2N} \left(\sin \frac{k}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k}C_k \right\} = \frac{2N+1}{4^N}
 \end{aligned}$$

また、前報の結果も含めて次式が得られているので、正接の関係式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{1}{4^N} \\
 & \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = (-1)^N \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+k}C_{N-k} \right\} = 2N+1
 \end{aligned}$$

また
$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) = 4 \cdot {}_{N+1}C_{N-1} \quad \text{から}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} - 1 \right) = \sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} - 1 \right) = \sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) \\
 & = 4 \cdot {}_{N+1}C_{N-1} - N = 4 \frac{N(N+1)}{2!} - N = N(2N+1) = \frac{2N(2N+1)}{2!} = {}_{2N+1}C_{2N-1}
 \end{aligned}$$

この式は次のようにも書くことができる。

$$\sum_{k=1}^{2N} \left(\tan^2 \frac{k}{2N+1} \pi \right) = 2 \cdot {}_{2N+1}C_{2N-1}$$

さらに
$$\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k}C_k x^{2(N-k)} \right\}$$
 の対数を微分して、

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{2x}{x^2 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k (k+1) {}_{2N-k}C_{k+1} x^{2(N-k)-1} \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k}C_k x^{2(N-k)} \right\}}$$

この式に $x=1$ を代入すると次式となる。

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{k+1}{2}\right)_{2N-k} C_{k+1} \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N-k} C_k \right\}}$$

さらに $\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = 4 \cdot {}_{N+1} C_{N-1}$ と $\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = S_{2N+1}$ において

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) + \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = 2N(N+1) + S_{2N+1} = 4 S_{2N+1} \quad \text{から}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{k+1}{2}\right)_{2N-k} C_{k+1} \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N-k} C_k \right\}} = \frac{2N(N+1)}{3} = \frac{4}{3} {}_{N+1} C_{N-1}$$

この結果は $\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{(-4)^k}{2k+1} \cdot {}_{N+k} C_{N-k} x^{2(N-k)} \right\}$ から得られる

また $\prod_{k=1}^{2N} \left(\sin \frac{k}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N-k} C_k \right\} = \frac{2N+1}{4^N}$ から

$$\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k (k+1)_{2N-k} C_{k+1} \right\} = \frac{8}{3} \cdot {}_{N+1} C_{N-1} \cdot \frac{2N+1}{4^N} = \frac{1}{4^{N-1}} \cdot \frac{N(N+1)(2N+1)}{3} \quad \text{である。}$$

全く同様に $\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N-k} C_k x^{2(N-k)} \right\}$ の対数を微分して、

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{k+1}{2}\right)_{2N-k} C_{k+1} \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N-k} C_k \right\}} = \frac{2N(N+1)}{3}$$

これらの式はまとめて次のように書くこともできる。

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\sum_{k=1}^{2N} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+1} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k (k+1) {}_{2N-k}C_{k+1} \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N-k}C_k \right\}} = \frac{4N(N+1)}{3}$$

第一種の奇数次の行列式を利用して

$$\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k x^{2(N-k)} \right\}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{1}{4} {}_{2N}C_1 = \frac{N}{2}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j,k=1}^N \left(\cos^2 \frac{j}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) \\ &= \sum_{j,k=1}^N \left(\cos^2 \frac{N+1+j}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{1}{16} \cdot {}_{2N-1}C_2 \\ & \sum_{j,k,l=1}^N \left(\cos^2 \frac{j}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{l}{2N+2} \pi \right) \\ &= \sum_{j,k,l=1}^N \left(\cos^2 \frac{N+1+j}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{N+1+l}{2N+2} \pi \right) = \frac{1}{64} \cdot {}_{2N-2}C_3 \end{aligned}$$

上の結果を利用して

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left(\cos^4 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) \right\}^2 - 2 \left\{ \sum_{j,k=1}^N \left(\cos^2 \frac{j}{2N+2} \pi \cdot \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) \right\} \\ &= \left(\frac{N}{2} \right)^2 - \frac{1}{8} \cdot {}_{2N-1}C_2 = \frac{3N-1}{8} \end{aligned}$$

さらに、 $x=1$ を代入して

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^N \left(1 - \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) \\ &= \prod_{k=1}^N \left(1 - \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k \right\} \end{aligned}$$

前報の結果と合わせて $\prod_{k=1}^{2N+1} \left(\sin \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k \right\} = \frac{N+1}{4^N}$ となる。

また次式と

$$\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+1+k}C_{N-k} x^{2(N-k)} \right\}$$

すでに得られている次式を利用して、正接の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) \\ &= \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k \right\} = \frac{N+1}{4^N} \\ \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{(-1)^N}{N+1} \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+1+k}C_{N-k} \right\} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{さらに上式から} \quad \left\{ 1 - (-1)^N \right\} \cdot \frac{N+1}{4} = \sum_{k=1}^N \left\{ (-4)^{k-1} {}_{N+1+k}C_{N-k} \right\}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{4}{N+1} \cdot {}_{N+2}C_{N-1} \quad \text{から}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} - 1 \right) &= \sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) \\ &= \sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{{}_{2N+1}C_{2N-1}}{3} = \frac{N(2N+1)}{3} \end{aligned}$$

$$\text{また} \quad \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k x^{2(N-k)} \right\} \quad \text{の対数を微分して}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{2x}{x^2 - \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k \cdot 2(N-k) {}_{2N+1-k}C_k x^{2(N-k)-1} \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k x^{2(N-k)} \right\}}$$

この式に $x=1$ を代入して

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k (N-k) {}_{2N+1-k}C_k \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k \right\}}$$

さらに $\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) + \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{4}{\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi} \right)$ で

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{2N(N+2)}{3}, \quad \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{N(N+2)}{3} \quad \text{から}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{2N(N+2)}{3} \quad \text{となる。}$$

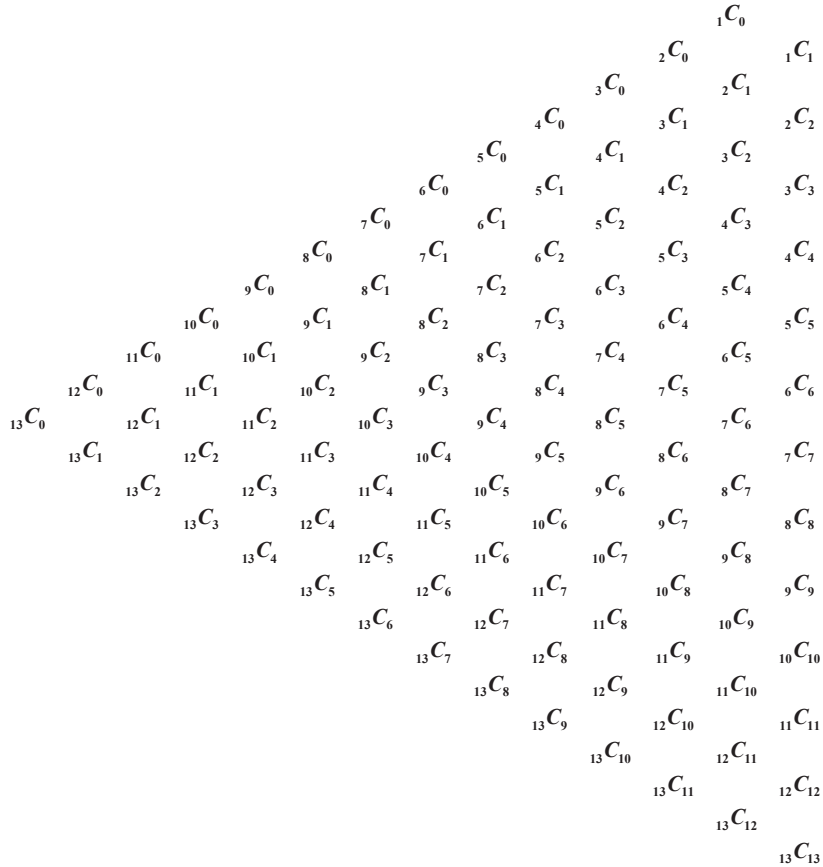
全く同様に $\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k (N-k) {}_{2N+1-k}C_k \right\}}{\sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^k {}_{2N+1-k}C_k \right\}} = \frac{2N(N+2)}{3}$ となる。

これらの式は次のように書くこともできる。

$$\sum_{k=1}^{2N+1} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = 2 \cdot \frac{2N(N+2)}{3} + 1 = \frac{4N^2 + 8N + 3}{3} = \frac{(2N+1)(2N+3)}{3}$$

二項係数の関係式を述べる。

パスカルの三角形を下图のように描く。



$${}_{2N+k}C_{2N-k} = \sum_{j=0}^k ({}_{N+j}C_{N-j} \cdot {}_{N+k-j}C_{N-k+j} + {}_{N+j}C_{N-j-1} \cdot {}_{N+k-j-1}C_{N-k+j})$$

この関係式は次のようにまとめることができる。

$k = 1$ の場合は、頂点が上にある三角形を右側から書き、底辺の二個の係数を掛けて二倍し、さらに頂点の係数の二乗を足すと、結果は三角形の底辺の左の係数から N 個下の係数となる。

k が 1 より大きい場合は上辺の係数が下辺の係数より 1 個少ない台形を右側から書き、両辺の外側どうし、さらにその内側どうしと掛けて行き、その和をとって二倍にし、相手のいない係数の二乗を足すと、結果は台形の下辺の左の係数から N 個下の係数となる。

$$\left\{ {}_3C_1 \ (N=1, k=1) : 2 \times ({}_1C_1 \cdot {}_2C_0) + ({}_1C_0)^2 \right.$$

$\begin{array}{c} {}_1C_0 \\ {}_2C_0 \end{array}$

$\begin{array}{c} {}_1C_1 \\ * \\ {}_3C_1 \end{array}$

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & & {}_3C_0 & & {}_2C_1 \\
 & & & & & & \\
 & & & {}_4C_0 & & {}_3C_1 & {}_2C_2 \\
 & & & & * & & * \\
 {}_5C_3 \ (N=2, k=1) : 2 \times ({}_2C_2 \cdot {}_3C_1) + ({}_2C_1)^2 & & & & * & & * \\
 {}_6C_2 \ (N=2, k=2) : 2 \times ({}_2C_2 \cdot {}_4C_0 + {}_2C_1 \cdot {}_3C_0) + ({}_3C_1)^2 & & & & * & & * \\
 & & & & & * & * \\
 & & & {}_6C_2 & & {}_5C_3 & *
 \end{array} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 {}_7C_5 \ (N=3, k=1) : 2 \times ({}_3C_3 \cdot {}_4C_2) + ({}_3C_2)^2 \\
 {}_8C_4 \ (N=3, k=2) : 2 \times ({}_3C_3 \cdot {}_5C_1 + {}_3C_2 \cdot {}_4C_1) + ({}_4C_2)^2 \\
 {}_9C_3 \ (N=3, k=3) : 2 \times ({}_3C_3 \cdot {}_6C_0 + {}_3C_2 \cdot {}_5C_0 + {}_4C_2 \cdot {}_5C_1) + ({}_4C_1)^2
 \end{array} \right. \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & & {}_5C_0 & & {}_4C_1 & {}_3C_2 \\
 & & & & & & \\
 & & & {}_6C_0 & & {}_5C_1 & {}_4C_2 & {}_3C_3 \\
 & & & & * & & * & * \\
 & & & * & & * & & * \\
 & & & & * & & * & * \\
 & & & * & & * & & * \\
 & & & & * & & * & * \\
 & & & {}_9C_3 & {}_8C_4 & {}_7C_5 & & *
 \end{array} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 {}_9C_7 \ (N=4, k=1) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_5C_3) + ({}_4C_3)^2 \\
 {}_{10}C_6 \ (N=4, k=2) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_6C_2 + {}_4C_3 \cdot {}_5C_2) + ({}_5C_3)^2 \\
 {}_{11}C_5 \ (N=4, k=3) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_7C_1 + {}_4C_3 \cdot {}_6C_1 + {}_5C_3 \cdot {}_6C_2) + ({}_5C_2)^2 \\
 {}_{12}C_4 \ (N=4, k=4) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_8C_0 + {}_4C_3 \cdot {}_7C_0 + {}_5C_3 \cdot {}_7C_1 + {}_5C_2 \cdot {}_6C_1) + ({}_6C_2)^2
 \end{array} \right. \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & & {}_7C_0 & {}_6C_1 & {}_5C_2 & {}_4C_3 \\
 & & & & & \\
 {}_8C_0 & & {}_7C_1 & & {}_6C_2 & & {}_5C_3 & {}_4C_4 \\
 & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & * \\
 & & & * & & * & & * \\
 & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & * \\
 {}_{12}C_4 & {}_{11}C_5 & {}_{10}C_6 & {}_9C_7 & & & & *
 \end{array}
 \end{array}$$

$${}_{2N+1+k}C_{2N+1-k} = \sum_{j=0}^k ({}_{N+j}C_{N-j} \cdot {}_{N+k-j}C_{N-k+j} + {}_{N+1+j}C_{N-j} \cdot {}_{N+k-j}C_{N-k+1+j})$$

この関係式は次のようにまとめることができる。

$k = 1$ の場合は、頂点が下にある三角形を右側から書き、上辺の二個の係数を掛けて二倍し、さらに頂点の係数の二乗を足すと、結果は三角形の上辺の左の点から $N+1$ 個下の係数となる。

k が 1 より大きい場合は、下辺の係数が上辺の係数より 1 個少ない台形を右側から書き、両辺の外側同士、

さらにその内側同士と掛けて行き、その和をとって二倍にし、相手のいない係数の二乗を足すと、結果は台形の上辺の左の点から $N+1$ 個下の係数となる。

$$\begin{array}{c}
 \left\{ \begin{array}{l} {}_4C_2 \ (N=1, \ k=1) : 2 \times ({}_1C_1 \cdot {}_2C_0) + ({}_2C_1)^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{ccccc} & & {}_2C_0 & & {}_1C_1 \\ & & & & {}_2C_1 \\ & & * & & * \\ & & & & * \\ & & {}_4C_2 & & * \end{array}
 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_6C_4 \ (N=2, \ k=1) : 2 \times ({}_2C_2 \cdot {}_3C_1) + ({}_3C_2)^2 \\ {}_7C_3 \ (N=2, \ k=2) : 2 \times ({}_2C_2 \cdot {}_4C_0 + {}_3C_2 \cdot {}_4C_1) + ({}_3C_1)^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{ccccc} & & {}_4C_0 & & {}_3C_1 & & {}_2C_2 \\ & & & & {}_4C_1 & & {}_3C_2 \\ & * & & * & & * & * \\ & & * & & * & & * \\ & * & & * & & * & * \\ & & * & & * & & * \\ {}_7C_3 & & {}_6C_4 & & & & * \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_8C_6 \ (N=3, \ k=1) : 2 \times ({}_3C_3 \cdot {}_4C_2) + ({}_4C_3)^2 \\ {}_9C_5 \ (N=3, \ k=2) : 2 \times ({}_3C_3 \cdot {}_5C_1 + {}_4C_3 \cdot {}_5C_2) + ({}_4C_2)^2 \\ {}_{10}C_4 \ (N=3, \ k=3) : 2 \times ({}_3C_3 \cdot {}_6C_0 + {}_4C_3 \cdot {}_6C_1 + {}_4C_2 \cdot {}_5C_1) + ({}_5C_2)^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & {}_6C_0 & & {}_5C_1 & & {}_4C_2 & & {}_3C_3 \\
 & & & & {}_6C_1 & & {}_5C_2 & & {}_4C_3 \\
 & * & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & & * & * \\
 & & * & & * & & * & & * \\
 {}_{10}C_4 & & {}_9C_5 & & {}_8C_6 & & & & *
 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_{10}C_8 \ (N=4, \ k=1) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_5C_3) + ({}_5C_4)^2 \\ {}_{11}C_7 \ (N=4, \ k=2) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_6C_2 + {}_5C_4 \cdot {}_6C_3) + ({}_5C_3)^2 \\ {}_{12}C_6 \ (N=4, \ k=3) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_7C_1 + {}_5C_4 \cdot {}_7C_2 + {}_5C_3 \cdot {}_6C_2) + ({}_6C_3)^2 \\ {}_{13}C_5 \ (N=4, \ k=4) : 2 \times ({}_4C_4 \cdot {}_8C_0 + {}_5C_4 \cdot {}_8C_1 + {}_5C_3 \cdot {}_7C_1 + {}_6C_3 \cdot {}_7C_2) + ({}_6C_2)^2 \end{array} \right.$$

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\begin{array}{cccccc}
 {}^8C_0 & & {}^7C_1 & & {}^6C_2 & & {}^5C_3 & & {}^4C_4 \\
 & {}^8C_1 & & {}^7C_2 & & {}^6C_3 & & {}^5C_4 & \\
 * & & * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & & * & \\
 * & & * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & & * & \\
 * & & * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & & * & \\
 * & & * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & & * & \\
 {}^{13}C_5 & & {}^{12}C_6 & & {}^{11}C_7 & & {}^{10}C_8 & & *
 \end{array}$$

$${}_{2N-k}C_k = \sum_{j=0}^k \left\{ {}_{N-j}C_j \cdot {}_{N-k+j}C_{k-j} + {}_{N-j-1}C_j \cdot {}_{N-k+j}C_{k-j-1} \right\}$$

上の関係式の場合、 N は $2k$ に等しいかあるいは大きくななければならない。 $k=1$ の場合は、三角形を左側から書き、下辺の係数を掛けて二倍し、頂点の係数の二乗を足すと ${}_{2N-1}C_1$ となる。

k が 1 より大きい場合は 上辺の係数が下辺の係数より 1 個少ない台形を左側から書き、前例と同様に外側同士、さらにその内側同士と掛けて行き、その和をとって二倍にし、相手のいない係数の二乗を足すと結果は、 ${}_{2N-1}C_1$ の隣の係数となる。

$$\left\{ {}_3C_1 \ (N=2, k=1) : 2 \times ({}_1C_1 \cdot {}_2C_0) + ({}_1C_0)^2 \right.$$

$$\begin{array}{ccccc}
 & & {}^1C_0 & & \\
 {}^2C_0 & & & & {}^1C_1 \\
 & & * & & \\
 {}^3C_1 & & & & *
 \end{array}$$

$$\left\{ {}_5C_1 \ (N=3, k=1) : 2 \times ({}_2C_1 \cdot {}_3C_0) + ({}_2C_0)^2 \right.$$

$$\begin{array}{ccccc}
 & & {}^2C_0 & & * \\
 {}^3C_0 & & & & {}^2C_1 \\
 * & & * & & * \\
 & & * & & * \\
 {}^5C_1 & & * & & *
 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_7C_1 \ (N=4, k=1) : 2 \times ({}_4C_0 \cdot {}_3C_1) + ({}_3C_0)^2 \\ {}_6C_2 \ (N=4, k=2) : 2 \times ({}_4C_0 \cdot {}_2C_2 + {}_3C_0 \cdot {}_2C_1) + ({}_3C_1)^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & {}^3C_0 & & {}^2C_1 & \\
 & & {}^4C_0 & & {}^3C_1 & & {}^2C_2 \\
 & * & & * & & * & \\
 & & * & & * & & * \\
 * & & * & & * & & * \\
 & * & & * & & * & \\
 {}^7C_1 & & {}^6C_2 & & * & & *
 \end{array}$$

$$\begin{cases} {}_9C_1 \ (N=5, \ k=1) : 2 \times ({}_5C_0 \cdot {}_4C_1) + ({}_4C_0)^2 \\ {}_8C_2 \ (N=5, \ k=2) : 2 \times ({}_5C_0 \cdot {}_3C_2 + {}_4C_0 \cdot {}_3C_1) + ({}_4C_1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & {}_4C_0 & {}_3C_1 & * \\ & & & {}_5C_0 & & {}_4C_1 & {}_3C_2 \\ & & * & & * & * & * \\ & * & & * & & * & * \\ * & & * & & * & * & * \\ & * & & * & & * & * \\ {}_9C_1 & {}_8C_2 & & * & & * & * \end{array}$$

$$\begin{cases} {}_{11}C_1 \ (N=6, \ k=1) : 2 \times ({}_6C_0 \cdot {}_5C_1) + ({}_5C_0)^2 \\ {}_{10}C_2 \ (N=6, \ k=2) : 2 \times ({}_6C_0 \cdot {}_4C_2 + {}_5C_0 \cdot {}_4C_1) + ({}_5C_1)^2 \\ {}_9C_3 \ (N=6, \ k=3) : 2 \times ({}_6C_0 \cdot {}_3C_3 + {}_5C_0 \cdot {}_3C_2 + {}_5C_1 \cdot {}_4C_2) + ({}_4C_1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & {}_5C_0 & {}_4C_1 & {}_3C_2 \\ & & & {}_6C_0 & & {}_5C_1 & {}_4C_2 & {}_3C_3 \\ & & * & & * & * & * & * \\ & * & & * & & * & * & * \\ * & & * & & * & * & * & * \\ & * & & * & & * & * & * \\ {}_{11}C_1 & {}_{10}C_2 & {}_9C_3 & & * & * & * & * \end{array}$$

$$\begin{cases} {}_{13}C_1 \ (N=7, \ k=1) : 2 \times ({}_7C_0 \cdot {}_6C_1) + ({}_6C_0)^2 \\ {}_{12}C_2 \ (N=7, \ k=2) : 2 \times ({}_7C_0 \cdot {}_5C_2 + {}_6C_0 \cdot {}_5C_1) + ({}_6C_1)^2 \\ {}_{11}C_3 \ (N=7, \ k=3) : 2 \times ({}_7C_0 \cdot {}_4C_3 + {}_6C_0 \cdot {}_4C_2 + {}_6C_1 \cdot {}_5C_2) + ({}_5C_1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & {}_6C_0 & {}_5C_1 & {}_4C_2 & * \\ & & & {}_7C_0 & & {}_6C_1 & {}_5C_2 & {}_4C_3 \\ & & * & & * & * & * & * \\ & * & & * & & * & * & * \\ * & & * & & * & * & * & * \\ & * & & * & & * & * & * \\ {}_{13}C_1 & {}_{12}C_2 & {}_{11}C_3 & & * & * & * & * \end{array}$$

次に、第一種の行列式の物理学への応用を考える。

バネ定数、 k の等しい三本のバネと質量、 m の等しい三個のおもりを天井から、バネ～錘～バネ～錘～バネ～錘の順に下げる。この状態のそれぞれのおもりの振動を計算する。上から順に各おもりの平衡の位置か

特殊な行列式と三角関数（第二報）

らの微小の変位, その変位の時間に関する一次微分、さらにその変位の二次微分をそれぞれ次のように置くと、おもりの運動のエネルギーとバネのポテンシャルエネルギーは次のようになる。

$$\begin{cases} q_1, q_2, q_3 \\ \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3 \\ \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3 \end{cases} \quad \begin{cases} T = \frac{m}{2} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) \\ U = \frac{k}{2} \{ q_1^2 + (q_1 - q_2)^2 + (q_2 - q_3)^2 \} \end{cases}$$

Lagrange 関数と Lagrange 方程式は次式なので、この問題に応用すると次式が得られる。

$$\begin{cases} L = T - U \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} m\ddot{q}_1 + 2kq_1 - kq_2 = 0 \\ m\ddot{q}_2 + 2kq_2 - kq_1 - kq_3 = 0 \\ m\ddot{q}_3 + kq_3 - kq_2 = 0 \end{cases}$$

$q_j = A_j \cos(\omega t + \delta)$ において Lagrange 方程式を書きなおすと

$$\begin{cases} (2k - m\omega^2) A_1 & -k & A_2 & & = 0 \\ -k & A_1 + (2k - m\omega^2) A_2 & & -k & A_3 = 0 \\ & & -k & A_2 + (k - m\omega^2) A_3 & = 0 \end{cases}$$

$\lambda = \frac{m}{2k} \omega^2$ において整理し、Cramer の式を使って得られる行列式を $|\mathbf{D}_3|$ とすると、

$$|\mathbf{D}_3| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1-\lambda \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1-\lambda & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \text{から}$$

右辺の第一項の行列式は $|\mathbf{X}_3|$ に、第二項の行列式は $|\mathbf{X}_2|$ に $a = b = -\frac{1}{2}$, $x = 1 - \lambda$ を代入した

行列式であり、それぞれ $|\mathbf{X}_3(1-\lambda)|$, $|\mathbf{X}_2(1-\lambda)|$ とおくと、すでに

$$\left\{ |\mathbf{X}_3(1-\lambda)| - \frac{1}{2} |\mathbf{X}_2(1-\lambda)| \right\} \left\{ |\mathbf{X}_3(1-\lambda)| + \frac{1}{2} |\mathbf{X}_2(1-\lambda)| \right\} = |\mathbf{X}_6(1-\lambda)| \quad \text{が解っているので、}$$

$$|\mathbf{D}_3| = \prod_{j=1}^3 \left\{ (1-\lambda) - \cos \frac{2j-1}{7} \pi \right\} = 0 \quad \text{となり、} \lambda = \frac{m}{2k} \omega^2 \quad \text{を利用して}$$

$$\omega = \sqrt{2 \left(1 - \cos \frac{2j-1}{7} \pi \right) \cdot \frac{k}{m}} = 2 \sin \frac{2j-1}{14} \pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (j = 1, 2, 3)$$

と容易に求めることができる。

なおこの問題は、清野節男 & 金山道雄 著 「力学要論」、東京図書株式会社(1963) の 221 頁に掲載されている問題を借用した。

同様に N 本のバネと N 個の錘を交互につるした系の運動は次の行列式を解けばよい。

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ 0 & & & -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & & & 0 & -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & & & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1-\lambda \end{vmatrix} = |\mathbf{D}_N| \quad \text{とすると、}$$

$$|\mathbf{D}_N| = |\mathbf{X}_N(1-\lambda)| - \frac{1}{2} |\mathbf{X}_{N-1}(1-\lambda)| \quad \text{で}$$

$$\left\{ |\mathbf{X}_N(1-\lambda)| - \frac{1}{2} |\mathbf{X}_{N-1}(1-\lambda)| \right\} \left\{ |\mathbf{X}_N(1-\lambda)| + \frac{1}{2} |\mathbf{X}_{N-1}(1-\lambda)| \right\} = |\mathbf{X}_{2N}(1-\lambda)| \quad \text{なので}$$

$$|\mathbf{D}_N| = \prod_{j=1}^N \left\{ (1-\lambda) - \cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \right\} = 0 \quad \text{となつて} \quad \lambda = \frac{m}{2k} \omega^2 = 1 - \cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \quad \text{から}$$

$$\omega = \sqrt{2 \left(1 - \cos \frac{2j-1}{2N+1} \pi \right) \cdot \frac{k}{m}} = 2 \sin \frac{2j-1}{4N+2} \pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad \text{となる。}$$

バネ定数 k の等しい三本のバネと、質量 m の等しい四個の錘を、錘～バネ～錘～バネ～錘～バネ～錘の順に連結し、滑らかな水平面に直線状に置く。この状態のそれぞれの錘の振動を計算する。左から順に、各錘の平衡の位置からの微小の変位、その変位の時間に関する一次微分、さらにその変位の二次微分をそれぞれ次のように置くと、錘の運動のエネルギーとバネのポテンシャルエネルギーは次のようになる。

$$\begin{cases} q_1, q_2, q_3, q_4 \\ \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4 \\ \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ddot{q}_3, \ddot{q}_4 \end{cases} \begin{cases} T = \frac{m}{2} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2 + \dot{q}_4^2) \\ U = \frac{k}{2} \{ (q_1 - q_2)^2 + (q_2 - q_3)^2 + (q_3 - q_4)^2 \} \end{cases}$$

各変位に関する Lagrange 方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} m\ddot{q}_1 + kq_1 - kq_2 = 0 \\ m\ddot{q}_2 + 2kq_2 - kq_1 - kq_3 = 0 \\ m\ddot{q}_3 + 2kq_3 - kq_2 - kq_4 = 0 \\ m\ddot{q}_4 + kq_4 - kq_3 = 0 \end{cases}$$

$$q_j = A_j \cos(\omega t + \delta), \quad \lambda = \frac{m}{2k} \omega^2 \quad \text{において整理し、得られる Cramer の式を} \quad |\mathbf{F}_4| \quad \text{とすると}$$

特殊な行列式と三角関数（第二報）

$$\left\{ \begin{array}{llll} (k - m\omega^2) A_1 & -k & A_2 & = 0 \\ -k & A_1 + (2k - m\omega^2) A_2 & -k & A_3 = 0 \\ & -k & A_2 + (2k - m\omega^2) A_3 & -k A_4 = 0 \\ & & -k & A_3 + (k - m\omega^2) A_4 = 0 \end{array} \right.$$

$$|\mathbf{F}_4| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} - \lambda & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 - \lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 - \lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} - \lambda \end{vmatrix} \quad \text{とすると}$$

$$|\mathbf{F}_4| = \begin{vmatrix} 1 - \lambda & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 - \lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 - \lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 - \lambda \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 - \lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 - \lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 - \lambda \end{vmatrix} + \frac{1}{4} \begin{vmatrix} 1 - \lambda & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}_4| &= |\mathbf{X}_4(1 - \lambda)| - |\mathbf{X}_3(1 - \lambda)| + \frac{1}{4} |\mathbf{X}_2(1 - \lambda)| = -\lambda |\mathbf{X}_3(1 - \lambda)| = -\lambda(1 - \lambda) \left\{ (1 - \lambda)^2 - \frac{1}{2} \right\} \\ &= \left\{ (1 - \lambda) - \cos \frac{0}{4} \pi \right\} \left\{ (1 - \lambda) - \cos \frac{1}{4} \pi \right\} \left\{ (1 - \lambda) - \cos \frac{2}{4} \pi \right\} \left\{ (1 - \lambda) - \cos \frac{3}{4} \pi \right\} \\ &= \prod_{j=1}^4 \left\{ (1 - \lambda) - \cos \frac{j-1}{4} \pi \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\omega = \sqrt{2 \left(1 - \cos \frac{j-1}{4} \pi \right) \cdot \frac{k}{m}} = 2 \sin \frac{j-1}{8} \pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

同様に $N-1$ 本のバネと N 個の錘を交互に連結した系の運動は次の行列式を解けばよい。

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2}-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & & & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 & & & 0 \\ \cdot & & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & & & \cdot \\ 0 & & & & -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & & & & 0 & -\frac{1}{2} & 1-\lambda & -\frac{1}{2} \\ 0 & & & & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}-\lambda \end{vmatrix} = |\mathbf{F}_N|$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{F}_N| &= |\mathbf{X}_N(1-\lambda)| - |\mathbf{X}_{N-1}(1-\lambda)| + \frac{1}{4} |\mathbf{X}_{N-2}(1-\lambda)| \\ &= -\lambda |\mathbf{X}_{N-1}(1-\lambda)| = \prod_{j=1}^N \left\{ (1-\lambda) - \cos \frac{j-1}{N} \pi \right\} \end{aligned}$$

$$\omega = \sqrt{2 \left(1 - \cos \frac{j-1}{N} \pi \right) \cdot \frac{k}{m}} = 2 \sin \frac{j-1}{2N} \pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (j = 1, 2, \dots, N)$$

総 括

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_{2N}| &= \prod_{k=1}^{2N} \left(x - \cos \frac{k}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) \\ &= \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k}C_k x^{2(N-k)} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{X}_{2N+1}| &= \prod_{k=1}^{2N+1} \left(x - \cos \frac{k}{2N+2} \pi \right) = x \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) \\ &= x \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N+1-k}C_k x^{2(N-k)+1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\prod_{k=1}^{2N} \left(x - \frac{1}{\cos \frac{k}{2N+1} \pi} \right) &= \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) \\
&= \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) \\
&= \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+k} C_{N-k} x^{2(N-k)} \right\} \\
\prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{k}{2N+2} \pi} \right) \prod_{k=1}^N \left(x - \frac{1}{\cos \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) \\
&= \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) \\
&= \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+1+k} C_{N-k} x^{2(N-k)} \right\} \\
\prod_{k=1}^N \left\{ (a+b)^2 \cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi + (a-b)^2 \sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right\} &= \sum_{k=0}^{2N} (-1)^k a^{2N-k} b^k \\
\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) &= \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{(-4)^k}{2k+1} \cdot {}_{N+k} C_{N-k} x^{2(N-k)} \right\} \\
\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) &= \frac{2N(N+1)}{3} \\
\prod_{k=1}^N \left\{ (a+b)^2 \cos^2 \frac{2k}{2N+2} \pi + (a-b)^2 \sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi \right\} &= \left\{ \sum_{k=1}^{N+1} (-1)^{k-1} a^{N+1-k} b^{k-1} \right\}^2 \\
\prod_{k=1}^N \left(x^2 - \frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi} \right) &= \sum_{k=0}^N \left\{ \frac{(-4)^k}{k+1} \cdot \frac{{}_{N+1+k} C_{N-k}}{N+1} x^{2(N-k)} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi} \right) &= \frac{1}{4} \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) + \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) \right\} = \frac{N(N+2)}{3} \\
 \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \prod_{k=1}^{2N} \left(\sin \frac{k}{2N+1} \pi \right) \\
 &= \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N-k} C_k \right\} = \frac{2N+1}{4^N} \\
 \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{1}{4^N} \\
 \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = (-1)^N \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+k} C_{N-k} \right\} = 2N+1 \\
 \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) \\
 &= \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \prod_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=0}^N \left\{ \left(-\frac{1}{4} \right)^k {}_{2N+1-k} C_k \right\} = \frac{N+1}{4^N} \\
 \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \prod_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{(-1)^N}{N+1} \sum_{k=0}^N \left\{ (-4)^k {}_{N+1+k} C_{N-k} \right\} = 1 \\
 \sum_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \sum_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{2N+1}{4} \\
 \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) &= \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = \frac{2N-1}{4} \\
 \sum_{k=1}^{N+1} \left(\sin^2 \frac{2k-1}{2N+2} \pi \right) &= \sum_{k=1}^N \left(\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi \right) = \frac{N+1}{2} \\
 \sum_{k=1}^{N+1} \left(\cos^2 \frac{2k-1}{2N+2} \pi \right) &= \frac{N+1}{2} \quad , \quad \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{2k}{2N+2} \pi \right) = \frac{N-1}{2} \\
 \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) &= \sum_{k=1}^N \left(\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{N}{2}
 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) = \frac{2N(N+1)}{3}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{2k}{2N+1} \pi} \right) = 2N(N+1)$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{2k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{N(N+2)}{3}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{2N(N+2)}{3}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{k}{2N+2} \pi} \right) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi} \right) = \frac{2N(N+2)}{3}$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k-1}{2N+1} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{2k}{2N+1} \pi \right) = N(2N+1)$$

$$\sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{k}{2N+2} \pi \right) = \sum_{k=1}^N \left(\tan^2 \frac{N+1+k}{2N+2} \pi \right) = \frac{N(2N+1)}{3}$$

参考文献

清野節夫、金山道雄 共著：力学要論、東京図書、1963、p.221

手代木琢磨：特殊な行列式の漸化式、産業能率大学紀要、31 (2)、2011、pp.37-54

こどもの暑熱耐性に関する研究

A Study on Heat Resistance of Children

江口 潤

Jun Eguchi

田中 英登*

Hideto Tanaka

Abstract

The purpose of this study is to reveal the reality of the heat resistance of children who do sports regularly. The subjects of the experiment were 15 healthy elementary school children, namely, 11 males and 4 females, aged from 10 to 14. Twelve of them do exercises regularly and the remaining three rarely do them. The experiments were conducted in the spring during March and April, and the summer during August and September in 2014.

We found the heat tolerance of children varied significantly depending on the season. Significant differences between swimmers and soccer players were not observed. However, potential differences among the kinds of sports were suggested. In the future we will need another experiment with more samples to prove the results.

1. 緒 言

暑熱環境がヒトの身体に及ぼす影響は、生理学や運動生理学の分野で論じられている。ヒトは、人体が寒冷や暑熱環境におかれると体温調節反応が行われる。暑熱環境に対して、熱の放射、伝導、対流および汗の蒸発による熱放散を生じさせ、体内の熱を大気中に放散されることにより恒常体温を維持する〔猪飼1973〕。気温が28～30℃では、全代謝量と蒸発、輻射、対流により熱交換のバランスを取り、35℃くらいまでは汗の蒸発の増加により熱放散を増加できるが、それ以上になると輻射、対流によって熱が体内に入りこむようになりうつ熱の状

態になる。体熱放射の手段の割合は、気温との関連が大きく、気温が32℃になると汗の蒸発がおおよそ49%を占め、気温が35℃では95%に達する〔中野1982〕。

一般には、安静時よりも運動時は発汗量が多くなることが知られている〔朝比奈1969、猪飼1973、中野1982〕。運動時に現れる発汗は、その蒸発によって身体から熱を奪い、うつ熱を防ぎ、特に外気温が33℃以上になると輻射、対流は停止状態に入るばかりでなく、熱を逆輸入することになるので発汗だけに頼ることになる〔朝比奈1969〕。運動時は安静時よりも体内で数十倍の熱が生産されるため、体内に熱ストレスが負荷され、体温上昇が生じる。汗は汗腺から分泌される液体であるが、汗腺は視床下部にある体温調整中枢の支配を受ける。体内にある温度受容器から温度情報が体温調整中枢に伝達され、発汗神経を介して汗腺に発汗を促す。この際、発汗神経の末端からアセチルコリンが伝達物質として放出され、ムスカリン受容体に作用して汗が分泌される〔朝比奈1969、猪飼1973、中野1982〕。

このような発汗の仕組みは2歳半ころに完了する。完了とは、あくまで汗腺の能動化（ヒトの汗腺数は決まっているが、生後の生活環境により機能的に働く汗腺か働かない汗腺かに分かれる）が決定する時期を指す。能動化した汗腺が生活環境などの温度刺激などによってたくさん汗をかけるようになる人、かけない人に分離されていき、能動化した汗腺が十分にその能力を発揮できるようになる年齢は思春期後と言われている〔田中2013〕。

こどもの暑熱耐性のメカニズムについて芝崎ら（1995）は先行研究を検討し、以下の結果を得たと報告している。1. こどもは成人より単一汗腺あたりの汗出力が少ない、2. こどもは成人より体躯幹部の発汗量が少ない、3. こどもは成人より暑熱トレーニングの影響が少ない。また、都築ら（1996）は、成長期の男女の体温調節反応が皮膚血管拡張に依存していること、暑熱環境下において皮膚温を測定し成人よりも成長期の男女の方が有意に高いこと、暑熱と風を暴露した時の温熱反応と熱のバランスについて安静時のこどもを対象に検討し成人との差異がないことを報告している。

運動トレーニングによる暑熱耐性のメカニズムに関する研究は多く報告されている。田中（2013）は、生活習慣と発汗機能について大学生男子を対象に運動習慣群と非運動習慣群を比較し、発汗量は運動習慣群のほうが非運動習慣群より多く、特に7月から9月にかけての変化が非運動群において小さいことを報告している。近藤（1995）は、大学生を対象に体温調節機能もトレーニングにより改善することを報告している。また、持久的トレーニングでも水中と陸上で行う場合で熱放散反応を比較し、両者に違いがあること、発汗能力に於いて改善の程度が異なることを報告している。

上記の先行研究を踏まえ、本研究は、以下の2点を仮説として、これを検証することにより定期的にスポーツを実施するこどもの暑熱耐性の実態を明らかにすることを目的とした。

1. こどもの暑熱耐性は季節間で変化する

2. 実施種目毎で特性がある

2. 方 法

調査対象者は、健康な小学生高学年および中学の児童15名（10才～14才、男子11名、女子4名、運動習慣群サッカー6名：IY、ND）、FM、OS、OK、YY、運動習慣群水泳6名：YK、YR、EK、WH、OR、SM、非運動習慣群3名：ET、AA、TS）であった。運動群は、週4日以上各種目（サッカー、水泳）を実施しており、非運動群は定期的に運動していないものとした。

実験は、春季（2014年年3月、4月）と夏季（2014年8月、9月）の2回行い、暑熱負荷時の発汗量、体温上昇度、心拍数の変動を測定し、発汗の季節変動による違いを記録した。

なお、女子には初潮の有無を確認し、月経周期にある1名には基礎体温を測定させ、低体温期である卵胞期を確認しそれに合わせて実験を行った。

被験者には予め実験の目的、内容、考えられる危険性について説明し、書面にて実験参加の同意を得た。

測定は、各被験者の着衣条件を水着とし、実験開始前に脱水にならないように200mlのスポーツドリンクを補給させ、実験前体重（ザルトリウス社製精密体重計、感度1g）と体温（シチズン電子体温計：舌下温5分値）を計測した。

次に、ハートレートモニター（POLAR社製）を装着し心拍数の変化の測定を開始した。その後、気温35℃、湿度50％に設定した人工気象室に移動し、椅座位安静状態を10分間維持させた。10分経過後、更に、水温41℃に設定した温水（EYELA社製CPT-100の恒温水槽により41℃ $\pm$ 0.2を維持）に椅座位の状態で膝下浸水させ（図1.）、30分間暑熱ストレスを与えた。また、人工気象室に移動した直後に問診項目に回答させ、その後10分おきに問診項目に自己回答させた。30分の暑熱ストレス負荷終了後、体温（舌下温）を測定し、人工気象室外で体表面上の汗をタオルでふき取り全裸で体重測定を行った。発汗量は実験前後の体重変化から算出した。

各項目の平均値と標準偏差を算出した。さらに、発汗量、体温の平均と季節間、種目間で有意差検定（t検定）を行った。

図1. 実験装置（椅座位の状態です膝下浸水の様子）



3. 結 果

3. 1 体重変化

表1. は、被験者15名の春季（3、4月）および夏季（8、9月）の体重変化の結果である。暑熱負荷前体重は、春季は、 $36.44 \pm 8.63\text{kg}$ 、夏季は、 $37.84 \pm 8.77\text{kg}$ であった。暑熱負荷後体重は、春季は、 $36.35 \pm 8.58\text{kg}$ 、夏季は、 $37.69 \pm 8.75\text{kg}$ であった。暑熱負荷前後の体重差（発汗量）は、春季は $93.07 \pm 68.56\text{g}$ 、夏季は $148.89 \pm 62.29\text{g}$ であった。春季夏季ともに、暑熱負荷前後で体重は減少（発汗）した。被験者は成長期の児童であり、暑熱耐性の評価をする際は、成長による誤差を考慮に入れる必要がある。春季の体重当たりの体重変化量は $2.44 \pm 1.6\text{g/kg}$ 、夏季の体重変化は $4.02 \pm 1.7\text{g/kg}$ であった。

表1. 実験前後の体重変化

被験者	IY	ND	FM	OS	OK	YY	YK	YR	EK	WH	OR	SM	ET	AA	TS	平均	±SD
春季(3,4月) 平均気温 12.2℃																	
前体重(kg)	31.22	28.75	30.53	31.56	39.11	28.89	28.91	41.66	40.53	36.16	40.45	38.93	62.36	37.22	30.39	36.44	8.63
後体重(kg)	31.22	28.67	30.46	31.47	38.96	28.89	28.82	41.52	40.43	36.10	40.26	38.93	62.16	37.04	30.35	36.35	8.58
体重差(g)	0	74.20	66.50	96.80	147.80	0	91.00	136.9	104.3	59.40	192.30	0	199.01	186.81	41.00	93.068	68.56
体重比(g/kg)	0	2.58	2.18	3.07	3.78	0	3.15	3.29	2.57	1.64	4.75	0	3.19	5.02	1.35	2.44	1.60
夏季(8,9月) 平均気温 24.8℃																	
前体重(kg)	32.45	29.31	31.32	33.30	39.90	28.96	30.96	46.64	42.41	37.78	42.05	39.07	62.71	39.41	31.32	37.84	8.77
後体重(kg)	32.34	29.21	31.22	33.05	39.63	28.79	30.79	46.46	42.24	37.65	41.82	39.03	62.54	39.32	31.22	37.69	8.75
体重差差(g)	105.00	99.50	97.8	241.40	258.50	170.03	162.30	180.40	174.00	125.00	224.00	37.00	165.40	92.50	100.40	148.88	62.3
体重比(g/kg)	3.24	3.40	3.12	7.25	6.48	5.87	5.24	3.87	4.10	3.31	5.33	0.95	2.64	2.35	3.21	4.02	1.7

3. 2 体温変化

表2. は、被験者15名の春季（3、4月）および夏季（8、9月）の暑熱負荷前後の体温変化の結果である。暑熱負荷前体温は、春季は $36.28 \pm 0.72^{\circ}\text{C}$ 、夏季は $36.58 \pm 0.35^{\circ}\text{C}$ であった。暑熱負荷後体温は、春季は $37.43 \pm 0.32^{\circ}\text{C}$ 、夏季は $37.49 \pm 0.25^{\circ}\text{C}$ であった。暑熱負荷前後の体温変化は、春季は $1.15 \pm 0.69^{\circ}\text{C}$ 、夏季は $0.90 \pm 0.38^{\circ}\text{C}$ であった。春季、夏季ともに、暑熱負荷前後で体温は上昇した。

表2. 実験前後の体温変化

被験者	IY	ND	FM	OS	OK	YY	YK	YR	EK	WH	OR	SM	ET	AA	TS	平均	±SD
春季(3,4月) 平均気温 12.2°C ^{注1)}																	
前体温(°C)	36	36.6	35.4	35.4	35.6	35.2	37.1	37.1	37.2	35.6	36.9	36.3	37	36.8	36	36.28	0.72
後体温(°C)	37.4	37.1	37.3	37.1	36.8	37.6	37.9	37.1	37.6	37.6	37.3	37.4	37.9	37.7	37.7	37.43	0.32
差(°C)	1.4	0.5	1.9	1.7	1.2	2.4	0.8	0	0.4	2	0.4	1.1	0.9	0.9	1.7	1.15	0.69
夏季(8,9月) 平均気温 24.8°C ^{注1)}																	
前体温(°C)	36.7	36.9	37.1	36.7	36.6	37.1	36.7	36.2	36.5	36.3	36.5	36.5	36.5	36.8	35.7	36.58	0.35
後体温(°C)	37.5	37.4	37.6	37.7	37.2	37.6	37.5	37	37.9	37.3	37.3	37.6	37.3	37.9	37.6	37.49	0.25
差(°C)	0.8	0.5	0.5	1	0.6	0.5	0.8	0.8	1.4	1	0.8	1.1	0.8	1.1	1.9	0.90	0.38

3. 3 心拍数変化

表3. は、被験者15名の春季（3、4月）および夏季（8、9月）の実験前後の心拍数変化の結果である。暑熱負荷直前心拍数は、春季は、 75.8 ± 6.94 拍 / 分、夏季は、 80.00 ± 8.84 拍 / 分であった。暑熱負荷直後は、春季は、 108.07 ± 11.18 拍 / 分、夏季は、 103.93 ± 9.01 拍 / 分であった。春季の上昇は 31.36 ± 11.40 拍 / 分、夏季は 23.64 ± 8.96 拍 / 分であった。全ての被験者で、暑熱負荷刺激により心拍数は上昇した。

表3. 実験前後の心拍数変化

被験者	IY	ND	FM	OS	OK	YY	YK	YR	EK	WH	OR	SM	ET	AA	TS	平均	±SD
春季 (3,4月)	直前HR(1)	75	76	63	83	88	67	78	76	70	89	74	72	76	75	75.8	6.94
	15分HR(2)	90	82	-	93	114	87	94	96	106	98	84	89	93	90	107	94.5
	終了時HR(3)	97	96	-	104	120	102	107	105	122	116	98	102	103	106	135	108.07
	(3)-(1)	22	20	-	21	32	35	29	29	52	27	24	30	27	31	60	31.36
夏季 (8,9月)	直前HR(1)	65	68	75	86	85	74	87	88	74	100	77	78	76	83	84	8.84
	15分HR(2)	79	81	102	95	106	95	106	101	97	100	83	96	-	101	111	96.64
	終了時HR(3)	88	89	109	100	109	100	104	109	112	105	97	102	-	109	122	103.93
	(3)-(1)	23	21	34	14	24	26	17	21	38	5	20	24	-	26	38	23.64

3. 4 問診の結果

被験者には、人工気象室に移動した直後、寒さ暑さの感覚を問診項目で回答させ、その後10分おきに問診項目に逐次回答させた。回答方法は7段階尺度であった。「耐えられない寒さ」を-3、「中立」を0、「耐えられない暑さ」を3とした。表4. は、感覚を数字で回答させた結果である。10分毎に暑さを感じる傾向が有意に高まる傾向があった。

表4. 問診結果：寒さ暑さの感覚

被験者	IY	ND	FM	OS	OK	YY	YK	YR	EK	WH	OR	SM	AA	TS	ET	平均	±SD
春季 (3、4月)	0分後	0	2	0	-2	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0.53	0.92
	10分後	0	2	0	0	1	2	0	1	2	0	2	2	1	2	1.13	0.92
	20分後	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	3	2	3	1.93	0.59
	30分後	2	2	3	2	2	3	2	3	3	3	2	3	3	2	2.53	0.52
夏季 (8、9月)	0分後	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0.53	0.52
	10分後	1	1	2	0	1	2	0	2	2	2	0	2	1	1	1.20	0.77
	20分後	2	1	3	1	2	2	1	3	2	2	2	2	3	1	1.93	0.70
	30分後	2	2	3	2	3	2	0	3	3	2	2	2	3	3	2.27	0.80

※尺度： -3（耐えられない寒さ） ⇔ 0（中立） ⇔ 3（耐えられない暑さ）

汗のかき方の自覚を、4段階尺度で回答させた。「なし」を0、「とてもかいている」を3とした。表5. は、数字で感覚を10分おきに回答させた結果である。10分毎に汗のかき方の自覚が有意に高まる傾向があった。

表5. 問診結果：汗のかき方の自覚

被験者	IY	ND	FM	OS	OK	YY	YK	YR	EK	WH	OR	SM	ET	AA	TS	平均	±SD
春季 (3、4月)	0分後	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.07	0.26
	10分後	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	1	1	1	0	0.53	0.64
	20分後	2	0	2	0	2	3	1	1	3	1	1	2	2	1	1.53	0.92
	30分後	2	1	3	1	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	2.53	0.74
夏季 (8、9月)	0分後	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0.20	0.41
	10分後	1	1	2	0	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1.27	0.59
	20分後	1	1	3	3	2	2	1	2	3	1	2	2	3	2	2.00	0.76
	30分後	2	2	3	3	3	2	2	3	3	2	3	3	3	3	2.67	0.49

※尺度： 汗のかき方感 0（なし） ⇔ 3（とてもかいている）

3. 5 暑熱耐性の季節変化

図2. は、被験者15名の暑熱負荷前後の体重変化、すなわち、発汗量の春季（3、4月）夏季（8、9月）比較を示している。春季夏季間では、平均値の差の検定により5%水準で有意な差が認

められた。春季から夏季にかけて被験者の身体は、発汗による体温調節力を改善するという暑熱順化が進行したことが示唆される。

図2. 実験前後の体重（発汗量）変化の季節比較

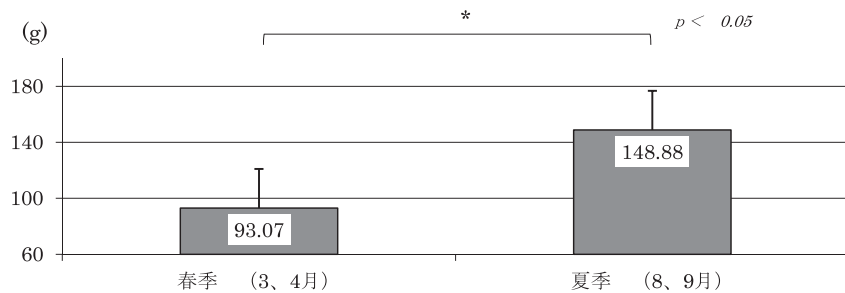


図3. は、被験者15名の暑熱負荷前後の体温差の春季（3、4月）夏季（8、9月）比較を示している。春季夏季間では、平均値の差の検定により5%水準で有意な差が認められた。春季から夏季にかけて被験者の身体は、暑熱順化が進行し、汗をたくさんかけるようになり、体温を上昇しなくても暑熱環境に対応できるように変化したことが示唆される。

図3 実験前後の体温変化の季節比較

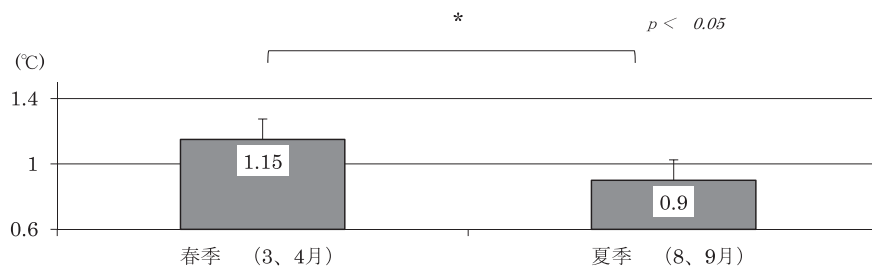
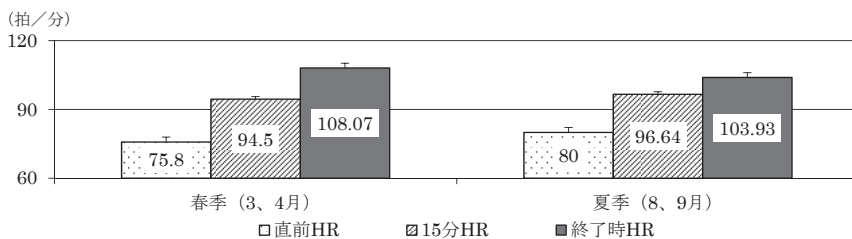


図4. は、被験者15名の暑熱負荷前後の心拍数変化の春季（3、4月）夏季（8、9月）比較を示している。春季、夏季ともに、暑熱負荷中は心拍数が増加する。暑熱負荷前後の心拍数の差は夏季のほうが小さい。暑熱ストレスにより対して春季、夏季間で血流が促される程度に差があることは、暑熱順化が進行した結果、春季より夏季のほうが体温維持調節能力の高ま

っていることが推察される。

被験者は成長期の児童であり、うち12人は日常的に運動を経験している。サッカーであれば週4日以上、1日2時間ほど、水泳であれば週6日以上1日2時間ほど、集中してトレーニングを積んでいる。このように通常よりも強い身体への刺激を与えることにより、運動機能は向上しているものと考えられる。各数値の変化の背景には、暑熱順化に加えトレーニングによる運動能力の向上があるものと考えられる。

図4. 実験前後の心拍数（HR）変化の季節比較



3. 6 暑熱耐性と種目間比較

一般に運動種目により、競技者は独自の身体的能力を向上させることが知られている。暑熱耐性に関する運動種目別の傾向について、近藤ら（1995）は陸上で実施される種目と水中で実施される種目に相違があることを報告している。

被験者15名のうち、陸上で定期的にサッカーを実施する6人と水泳を定期的に実施する6人を対象に比較した。

図5. は、種目別の発汗量の季節変化を示すものである。サッカー実施の被験者の春季（3、4月）の発汗量変化は平均 64.21 ± 57.27 g、夏季（8、9月）の発汗量変化は平均 162.04 ± 73.43 gであった。水泳実施の被験者の春季の発汗量変化は平均 97.32 ± 65.70 g、夏季の発汗量変化は平均 150.45 ± 64.06 gであった。

サッカーに比べ水泳は、春季に発汗量は多いが、夏季は逆にサッカーが水泳より発汗量が多い。サッカーと水泳間に有意な差は認められなかったが、暑熱順化の程度については、サッカーの春季が平均 1.93 ± 1.59 g/kg から夏季には平均 4.89 ± 1.85 g/kg に変化しているのに対し（5%水準）、水泳は平均 2.57 ± 1.62 g/kg から平均 3.80 ± 0.71 g/kg へ変化した、変化量が少ないことから、水泳よりもサッカーのほうが暑熱順化が進行したことが推察される。

図5. 種目別発汗量の季節変化

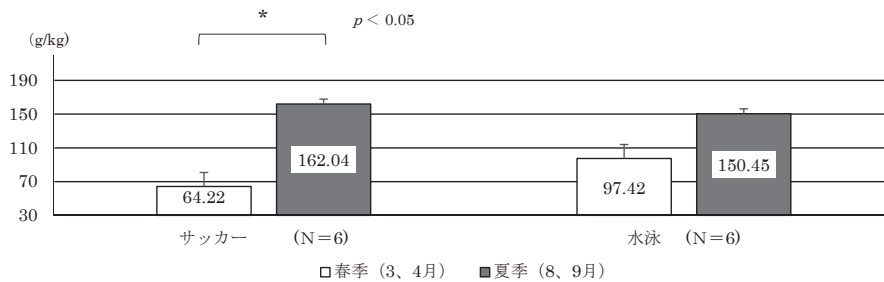


図6. は、種目別の体温の季節変化を示すものである。サッカーの暑熱負荷前体温は、春季（3、4月）の体温変化の平均は $1.52 \pm 0.65^{\circ}\text{C}$ 、夏季（8、9月）の体温変化の平均は $0.65 \pm 0.21^{\circ}\text{C}$ であった。春季、夏季ともに、暑熱負荷前後で体温は上昇した。上昇の程度は、夏季が小さかった。水泳の暑熱負荷前体温は、春季は平均 $0.78 \pm 0.71^{\circ}\text{C}$ 、夏季の体温変化は平均 $0.98 \pm 0.24^{\circ}\text{C}$ であった。春季、夏季ともに、暑熱負荷前後で体温は上昇した。上昇の程度は、春季が小さかった。

サッカーと水泳を比較すると、暑熱負荷前後で体温は上昇した点では、同様な傾向がある。しかしながら、上昇の程度に季節差があり、サッカーは夏季のほうが減少した（5%水準で有意）のに対し、水泳では夏季のほうが上昇した。

サッカーは夏季が春季に比べ体温差が小さく、体温を上昇させずに外部環境に対する体温調節能力を変化させた。体温上昇を伴わない暑熱順化が進行したといえる。水泳は、春季に比べ夏季のほうが体温差が大きく、十分に汗をかき体温調節する身体を獲得したサッカーに比べ、水泳では十分に汗をかけていないことが推察される。

図6. 種目別の体温の季節変化

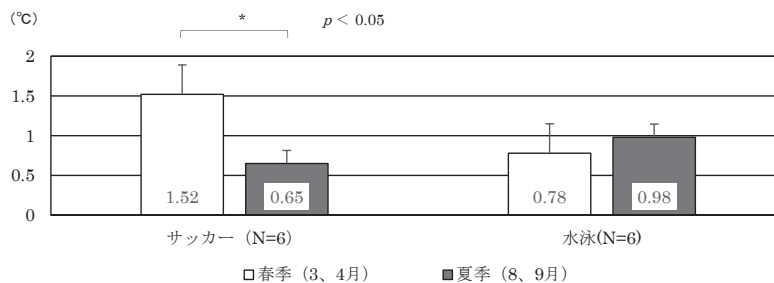
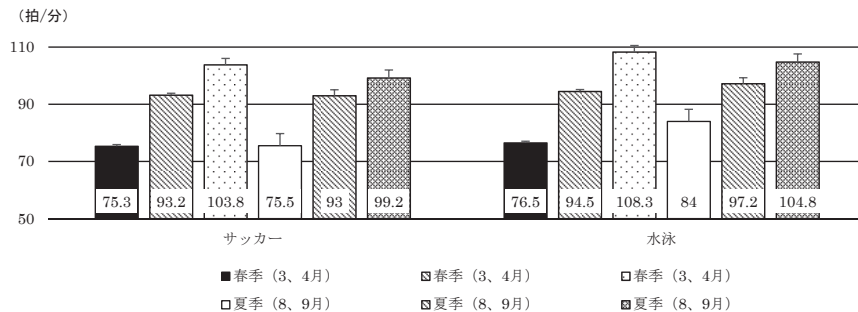


図7. は、種目別の平均心拍数の季節変化を示すものである。サッカーの暑熱負荷直前心拍数は、春季（3、4月）は 75.33 ± 9.40 拍 / 分、夏季（8、9月）は 75.50 ± 8.60 拍 / 分であった。暑熱負荷直後心拍数は、春季は、 103.80 ± 9.65 拍 / 分、夏季は、 99.17 ± 9.20 拍 / 分であった。春季の上昇の程度は 26.00 ± 6.96 拍 / 分、夏季は 23.67 ± 6.53 拍 / 分であった。水泳の暑熱負荷直前心拍数は、春季は、 76.50 ± 6.75 拍 / 分、夏季は、 84.00 ± 9.65 拍 / 分であった。暑熱負荷直後心拍数は、春季は 108.33 ± 9.00 拍 / 分、夏季は 104.83 ± 5.27 拍 / 分であった。春季の上昇の程度は 31.83 ± 10.11 拍 / 分、夏季は 20.83 ± 10.68 拍 / 分であった。

水泳に比べ、サッカーが春季の心拍数の差は小さい。夏季は逆にサッカーが水泳より心拍数の差が大きい。サッカーは夏季が春季に比べ心拍数の差が小さい。統計的には有意な差は認められなかったが、心拍数を上昇させずに外部環境に対する体温調節能力を変化させた。

サッカーと水泳を比較し、どちらの種目が暑熱順化を促す効果があるのかという問題に対して、夏季の暑熱負荷の前後の心拍数の差は水泳が小さいという特徴から、水泳のほうが暑熱順化は進み、体温上昇を伴わない暑熱順化が水泳よりもサッカーのほうが進行したと考えられる。

図7. 種目別の平均心拍数の季節変化



4. 考 察

本研究は2つの仮説検証を試みた。1つ目の仮説である「こどもの暑熱耐性は季節間で変化する」については、本研究の被験者となった児童の暑熱耐性は季節間で有意に変化した。夏季の暑さに身体が順応し、春季に比べ夏季は暑熱環境下で発汗により体温調節する能力が向上し、汗をかきやすい身体を獲得していることが明らかとなった。成長期のこどもの身体は、春から夏にかけて暑熱順化の反応があることは広く知られている。本研究でもそのこどもの身体の特徴が実証された。

2つ目の仮説「実施種目別で特性がある」については、本研究では、水泳とサッカーを取り上げ実施種目間の関係を比較した。被験者は、二次成長期に差し掛かろうとする時期の児童であり、通常の身体的成長に加え、継続的なスポーツ実施によるトレーニング効果、取り組むスポーツ種目の違いによる暑熱順化の差異について、何らかの違いがあるのではないかと仮説を立てたのだが、水泳とサッカーの種目間で統計的に有意な差は見出すことはできなかった。

しかしながら、体温調節の季節間変化で、水泳は春季よりも夏季に平均体温上昇が高い結果を得た。このことは体温調節力の向上の視点で、水泳の場合、少なくともサッカーに比べ、汗をかく機能が十分に開発されていないことを示唆する資料と考えられる。その意味で、種目別の差の可能性は示唆された。

夏季の体温調節は、主に発汗による蒸発による体温調整が行われるが、陸上の気圧に比べ水中の水圧が発汗を妨げており、その結果、水泳よりもサッカーのほうが、発汗による暑熱順化の進行が進んだと考えられる。また、協力いただいた伊勢原チャンピオンスイムクラブでは、プールの水温を年間通して $30.5\pm0.5^{\circ}\text{C}$ に維持しているという。3月から9月にかけて外気温が変化し、暑熱順化が促されるのであるが、伊勢原チャンピオンスイムクラブの児童たちの場合、活動する場の環境（水温）が $30.5\pm0.5^{\circ}\text{C}$ と一定に維持されていて、3月から9月にかけて、水泳の活動時間帯は、体温の放熱が、蒸発、放射、伝導、対流が協働して行われたと考えられる。外気温に晒された横浜 FC パルピターレの児童たちに比べ、蒸発による体温の放熱の割合が少ないことが考えられる。このような外的環境が、サッカーよりも水泳のほうが汗をかくちからの開発がされなかった理由であると考えられる。このことは、近藤ら（1995）が暑熱耐性に関する運動種目別の傾向について陸上で実施される種目と水中で実施される種目に相違があるという報告と一致する。

本研究の被験者は、成長期の児童であった。うち12人は日常的に運動を継続していた。サッカーであれば週4日以上、1日2時間ほど、水泳であれば週6日以上1日2時間ほど、集中してトレーニングを積んでいた。このように運動していない一般の児童よりも、身体へ強い刺激を与えることにより、運動機能は向上しているものと考えられられる。十分に汗をかくちからの向上はトレーニングによる運動能力の向上とも関連があると考えられる。

本研究では、運動種目間で暑熱耐性の向上に違いがありそうだと示唆を示すことはできなかったが、運動種目間の暑熱耐性向上に違いを明確に示すことはできなかった。

今後は、運動種目間の相違が暑熱耐性にどのような影響を与えるのか、より多くのサンプルを確保し、継続的にデータ収集を重ね検討する必要がある。

5. 謝 辞

横浜市のサッカークラブ「FC パルピターレ」、伊勢原市の水泳クラブ「チャンピオンスイムクラブ」、伊勢原市在住の小学生、その指導者、ご父母の皆様にご好意ご協力を頂いた。記して謝意を申し上げる。

(注1) 実験実施地の横浜市の3月4月、8月9月の平均気温は、「気象庁横浜市過去の気温」より引用

http://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/view/monthly_s3.php?prec_no=46&block_no=47670&year=2014&month=3&day=&view= (2014年12月アクセス)

参考文献

- 朝比奈一男：運動生理学、大修館書店、1969
- 井上芳光：高齢者の暑熱寒冷反応に及ぼす体格・有機的体力・日常歩行量・衣服内温度の影響、日本生気象学雑誌31、p189-199
- 井上芳光：老若男女の発汗機能、生活科学研究師、p1-10、2010
- 猪飼道夫：身体運動の生理学、杏林書院、1973
- 黒澤洋一、大城等、岩井伸夫、飯塚俊介、能瀬隆之：環境温度と運動負荷試験時の心拍数、血圧、皮膚血流、米子医誌 J Yonago Med Ass 42、p262-268、1991
- Narihiko Kondo、Takeshi Nishiyasu、Haruo Ikegami：The sweating responses of athletes trained on land and in water、Japanese Journal of Physiology 45、p571-581、1995
- 近藤徳彦：人の体温調整反応、神戸大学発達科学部研究紀要5 (2)、p55-66、1998
- 芝崎学、近藤徳彦、井上芳光：子どもの体温調整特性、人間科学研究3、p20-23 1995
- 芝崎学：暑熱環境下における体温調整、体育の科学64、p461-465 2014
- 田中英登：熱中症予防のための暑熱順化の意義、日本発汗学会 vol20 no2、p88-91 2013
- 都築和代、河崎剛、多屋秀人、植本章三：暑熱環境における少年の体温調整反応に関する研究、人間と生活環境3 (1)、p38-44、1996
- 都築和代：子どもの体温調整機構の特徴、体育の科学64、p472-476 2014
- 中野昭一：運動の仕組みと応用、医歯薬出版株式会社、1982
- 戸莉晴彦、安松幹展、白石安男：暑熱環境下における発育期のサッカー選手の実態調査、平成13年度日本体育協会スポーツ医科学研究報告、p57-63 20015

中小企業における HRD 研究に関する基礎的調査

A Basic Study of HRD in Small and Medium-Sized Enterprises

橋本 諭
Satoshi Hashimoto

Abstract

The purpose of this study is to clarify the current issue of Human Resources Development study in small and medium-sized enterprises. The writer surveyed some literature on "small and medium-sized enterprise theories" and "human resources development theories." In conclusion, based on the features on management in small and medium-sized enterprises, he suggests a necessity for the research on "the organizational levels," "workplace levels," along the "personal levels."

1. はじめに

中小企業庁が行った人材マネジメントに関する調査〔中小企業庁 2008〕によれば、中小企業のうち47.7%が最も重要な経営資源として「人材」を挙げている。大企業と比較して資源（リソース）の少ない中小企業では、人材が重要な資源であることが示されている〔たとえば（財）商工総合研究所 2012〕。

EU に続き、2010年に初めて制定された中小企業政策の基本原則と政府の行動指針を提示した「中小企業憲章」においても、政府の取り組むべき行動指針として「人材の育成・確保を支援する」ことが掲げられている〔村本 2013〕。なお、同憲章においては、中小企業の特徴について「資金や人材などに制約があるため、外からの変化に弱く」と指摘しており、中小企業において人材は重要なリソースではあるが、必ずしも量的に潤沢かつ質的に十分である訳ではないことが示されている。換言すれば、大企業と比較した場合の中小企業の特徴として、活用できる経営資源には限界があり、そのひとつである人材（人的資源）は、ウィークポイントとして認識されているのである。このような指摘は、中小企業における人的資源開発（HRD）や人材育成の研究者からも示されている〔労働政策研究・研修機構 2012〕。

そこで、本論においては中小企業における人材について着目する。特に、中小企業の経営に資する知見を得る事を目指し、人材を中小企業が経営上用いることができる貴重であり、なおかつ乏しくもある資源として捉えた上で、その資源を開発するという人的資源開発 (Human Resources Development) に焦点をあてる。そして、現状行われている研究について概観する事を通じて、中小企業における HRD 研究における現代的課題について整理することを目的とする。具体的には、「中小企業 (論)」および「HRD」について先行研究を整理し、その上で特に「我が国における中小企業における HRD」について考察することにより今後の研究課題を整理することとする。

2. 中小企業論および中小企業経営に関する研究

2. 1 中小企業の定義

中小企業論や中小企業における HRD を論じるにあたり、中小企業の定義は欠かせない。我が国においては、中小企業についての法律的な定義は、中小企業基本法において行われている。同法では定義を業種ごとに分けており、資本金の額または従業員の数によって示されている。製造業の場合は資本金3億円以下または従業員数300人以下の場合が中小企業である。同じく、サービス業の場合は資本金5000万円以下または従業員数100人以下の場合である。なお、この基準は国や地域によって異なる。たとえば、米国の場合には、従業員数500人未満が中小企業であり [SBA 2014]、その他 EU や APEC などでもそれぞれに定義されており [European Commision 2003,APEC 2011]、統一した定義が行われているわけではない。

また、中小企業を対象とした研究においては、中小企業の定義自体が大企業と比較してどのように「違うのか」を提示することになることから「最初にして最後の問題であり、最大の難関である [福島 2006]」と指摘される通り、統一的に定義することが難しく、様々な定義が存在する。定義が異なる様々な中小企業における HRD 研究についてレビューを行っている [Nolan & Garavan 2014] においては、定義を統一するのではなく、大企業と比較して小さな企業 (Smaller Firm) として捉えることで、小ささ (Smallness) を特徴として捉えた研究を行っている。

これらを踏まえ、本論においては [Nolan & Garavan 2014] と同じく特定の定義を定めるのではなく、大企業と比較した際に小企業ゆえの特徴を有している企業として「中小企業」を捉える。なお、我が国における中小企業を主な対象としていることから、外形的基準として日本における中小企業の定義である中小企業庁の定義を超える範囲については対象外 (たとえば、従業員数が300人以上を対象とした研究) とする。

2. 2 中小企業論

中小企業に関する研究としては、我が国においては「中小企業論」として、多くの研究と知見が示されている〔三井 1983〕。中小企業は、社会の一部として、社会の動きと呼応する形で変化していることから、その研究は中小企業のみを対象としたものではなく、歴史的 성격や経済・社会の変化を通じて中小企業を捉えようとしてきた〔福島 2006〕。すなわち、現在における中小企業を考える場合、現状の社会情勢の影響を無視できない。また、過去の中小企業像と現在のそれとは異なることも意味している。

清成〔2014〕は、我が国の中小企業論研究約100年を3つの時代に大別し、時代ごとの中小企業の特徴を整理している。

それぞれの時代背景と合わせて簡潔に解説しよう。100年のうち前半の半分以上が「労働力過剰経済」である。この時代の中小企業の特徴は、近代化を果たした大企業に対し、前近代的なままの中小企業という位置づけであり、その間には「超え難い断層」が存在したという。

続いて、1960年代からは「成長経済」である。我が国全体が経済成長している時代である。インフレを伴いながら大企業においては賃金上昇が起きていた時期であり、中小企業においても同様であった。労働力が不足し、その結果賃金上昇がおきた。中小企業においては、賃金上昇への対応の可否により、新旧交代が起きたという。

さらに、その後の時代は、ポストバブル経済である。「成熟経済」として捉えられている。この時代の中小企業は、製造業、建設業、小売業などが減少する一方、知的サービス業などにおいては専門的自営業が登場してきたという。

このように、それぞれの時代においては、中小企業を取り巻く環境は一定ではなく、時代時代に合致する形で中小企業のあり方（存立論）が知見として提示されている。当然、2015年現在における中小企業のあり方についても、現在の経済情勢が影響を与えているといえる。なお、渡辺〔2008〕は「中小企業論のコアな研究分野とは、中小企業の存立条件、存立形態、存立分野に加えて、労働・金融等具体的な中小企業問題になる」として、中小企業における研究関心が中小企業の「問題」に着目していると述べている。これは、主な研究対象が「大企業とは区別された小規模な企業」であり、下請制等の大企業との関係や労働問題といった「問題」に焦点を当てた研究が行われてきたことに由来しているという。

このように我が国の中小企業論においては、日本全体の経済情勢の変化という外部環境の変化に合わせ、「中小企業」という存在がどのように存在してきたのか、変化してきたのかといったように、個別具体的な「企業」ではなく、「中小企業」という存在を対象にした研究が多い。原〔2007〕は、「誤解を恐れずに言えば、我が国の中小企業研究者は、意識的にあるいは、無意識的に、自己の研究対象を経済学の1分野と位置づけているように思われる。このような先入観は、社会的・文化的・経済的な文脈に押し込まれたもとでの中小企業の構造・機能

分析に導く。かかるアプローチにおいては、中小企業が埋め込まれている構造は与件であり、その変容は事後的に説明されてしまう。つまるところ、構造変容のダイナミズムが見えてこないのである」と批判している。原の批判は、「中小企業」という存在を環境に埋め込まれた存在として扱ってしまうことにより、個別具体的な「企業」や実際の「企業活動」が見えてこなくなってしまうことに対して行われている。そして、外部環境を与件（構造）として捉えるのではなく、「企業が構造に埋め込まれつつも、その構造を変容させていく中小企業の経営メカニズムの解明〔原 2007〕」が求められているという。具体的には、これまでの多くの中小企業論研究のアプローチを「経済学的な分析」とであると位置づけた上で、「経営学的な分析」の必要性を述べている。

2. 3 中小企業経営学

「経済学」と比較すると「経営学」は歴史の浅い学問ではあるものの、経営戦略論、組織論、人材マネジメント論等の個別の分野に細分化され、それぞれの観点から研究が行われている。では、中小企業における経営論ないし経営学はどのような蓄積があるのだろうか。

まず、研究上の課題について外観しよう。山口〔2012〕は、中小企業を対象とした経営学に関する研究は、「中小企業の経営的特徴、換言すれば大企業と比した際の中小企業の強みと弱みが、いかなる原理に基づいて発現するのか」を捉える必要があると指摘する。そのうえで、大企業と比較した際の中小企業の経営的特徴として、①経営者の影響力の大きさ（経営者中心の集権的な管理方式）、②公式的な情報や意思伝達経路の不在、③直観的意思決定、④短期的戦略志向、⑤地域社会との密着性等を挙げている。

そして、研究として必要なことは、たとえば「経営者の影響力が大きい」という経営上の特徴を捉える事と「何故、経営者の影響力が大きくなるのか」という問いを立て、その原理を追求することにあると述べている。

他方、個別企業として分析を行う際には、「多様性を捨象し、一般化、抽象化」する必要性についても指摘している。これは、中小企業論の泰斗である山中篤太郎が中小企業は「異質多元的」な存在であると述べたように〔山中 1939〕、中小企業にはひとつに定められる特徴がある訳ではない。そして、個別の企業を具体的に見ていけば行くほど、中小企業同士でも違いが現れてくるであろう。しかし、その個別具体的な事例を積み重ねるだけでは、研究としての一般性が担保できなくなるというジレンマについて指摘している。「異質多元的」な存在である中小企業の多様性を捨象し、いかに一般化、抽象化できるのが研究上の課題である。そのためには、何らかの統一的な「理論」に沿った形での研究が行われる必要があると言えるだろう。

中小企業に対する経営学としての取組については、川上による一連の研究がある〔川上

2007,2013]。川上は、大企業を研究対象とする経営学を「一般経営学」とした上で中小企業を扱う経営学を「特殊経営学＝中小企業経営論」として、経営学的アプローチについて論じている〔川上 2013〕。そして、中小企業経営論には「中小企業の具体的・実質的諸活動であるマネジメントの実態を直視し、諸問題を総合的に解決していくことが課題である」と指摘している。また、「中小企業経営論は、当然、大企業とは区別された中小企業における経営・管理現象を明らかにし、そこにおける法則性や将来の企業経営への一定の傾向に関心ある者に対してはもちろん社会に対して説明しなければならない」としている。

なお、中小企業経営論に用いる「理論」については、一般経営学との間の「理論的相互浸透」があると提案している。これは、中小企業について論じるにあたり、中小企業経営論として特殊な理論を打ち出すのではなく、一般経営学における「理論」を用いる（中小企業に適用する）ことができると述べている。一般経営学で鍛えられた「理論」を中小企業に用いることにより、中小企業における特徴を明らかにする中小企業経営論を発展させることができ、さらに中小企業経営論が発展することにより、多様な対象への適用により一般経営学としての理論が豊かになると指摘している。これは、原〔2007〕の指摘を合わせると、中小企業を一般経営学における理論の観点から分析することを提案したものと捉える事ができよう。

そこで、本論の目的に掲げている HRD についても、大企業を中心とした研究として行われている理論について整理し、それをもとに中小企業における HRD について考える視座を得ることとしたい。

3. HRD 研究

3. 1 先行研究による HRD の定義

人的資源開発（Human Resources Development）もまた、様々な学問分野が交差する学際的な分野である。それゆえに、定義や範囲についても定説として明確に定まっていない〔Neal 2014〕。

草野〔2007〕は、HRD を「訓練開発や組織開発といった手法によって、個人レベル、グループ・レベル、組織レベルでの学習を促進して、個人や組織のパフォーマンスを改善する、変革（change）を起こすプロセス」と定義している。草野〔2007〕は、先行研究のレビューを通じて、HRD の定義が定まっておらず、様々な観点があること、変遷があることを明らかにしている。そして、変遷の中から共通性を取り出し定義としている。具体的に HRD の起源は、第二次世界大戦中のアメリカにおける産業内での大規模な訓練事業から始まり、50年かけて組織の生産性、効率性、収益性を改善する重要な戦略的アプローチになったことを指摘している。そして、過去50年の定義の変遷から見出された共通点が「学習」と「パフォーマンスの改善」という2つのパラダイムである。つまり、HRD は「学習」を促進して「パフォーマ

ンスを改善する」プロセスであるとし、具体的な実践としては個人に対する「訓練開発」と組織やグループに対する「組織開発」に分類できると述べている。

「訓練開発 Training & Development」とは、主に個人の知識やスキルを向上させることを目指した取組である。個人に対して働きかける手法としては、主に「インストラクショナルデザイン」等があり〔橋本 2006〕、我が国では「研修の実施」などが範疇としてあげられる。なお、個人の学習の促進とパフォーマンスの改善という観点からは、「業務を通じた経験によって成長する」ことも対象である。そのため、「経験学習」などもその範囲と言えよう。

「組織開発 (Organizational Development)」は、組織を対象として、組織の効果を高めるために、おもに組織メンバーの関係性に対して働きかけを行う取組である〔中村 2007〕。

なお、確かに個人への働きかけ、組織への働きかけという前提を有しながらも HRD 研究は進化し、個別具体的な範囲は広がっている。たとえば、McGuire〔2011〕においては、HRD の個別範囲として、パフォーマンス・マネジメント、クリエイティビティの開発、成人学習論、職場学習論、組織学習、組織開発、リーダーシップ開発、ダイバーシティなどが論じられている。そして、各要素については個別に研究が進められている。たとえば、Sashkin (2014) は、マネジメント分野でのリーダーシップ研究の結果を踏まえ、いかにリーダーを育成するのかというリーダーシップ開発についてレビューを行っている。同様に、各個別要素は他の研究分野と密接に関連しながら、それぞれに研究が深化している。

3. 2 人材育成としての分類と HRD 研究の成果からの批判

前節のような HRD 研究における分類とは別に、企業実務上用いられる用語がある。それが「人材育成」である。一般用語として広範に使われている用語である。そして、企業における人材育成としては、伝統的に「OJT」と「Off-JT」という分類が用いられてきている。たとえば、我が国の人材育成に関する主要な統計調査である厚生労働省「能力開発基本統計調査」では、重視する人材育成手段として、「重視する教育訓練は、OJT か Off-JT か」という質問を行っている〔厚生労働省 2014〕。このように、企業における人的資源を開発する手法としての人材育成という文脈においては、OJT および Off-JT という分類が広く一般に使われている。

こうした状況に対して、中原〔2012〕では、OJT、Off-JT という分類は「近年の HRD 研究の知見を元に2点の陥穽がある」と指摘している。

一つ目の陥穽は、能力開発を支援する職場の社会的ネットワークに関するものである。中原は、学習研究 (learning research) の研究知見から、学習において当事者だけではなく、「他者」の存在に焦点が当たってきていると指摘している。これは、ロシアの心理学者ヴィゴツキーによる研究および、その再評価によるものだという。この視点からは、現状の OJT が、主に「上司―部下」の関係について焦点が当てられるが、「同僚―同期間」や「上位者―部下間」

といった職場における社会的ネットワークの影響も考慮する必要があることを述べている。すなわち、上司以外からの支援によっても、部下は育成されていることを考慮する必要があるということである。

たとえば、関根〔2012〕では、20歳～27歳までの正社員617名に対する Web 調査の結果を元に、新人の能力向上に資する先輩指導員である OJT 指導員の行動について研究を行っている。その結果によれば、先輩指導員が周囲の協力を得ながら OJT を進めること、および新人に対して親しく会話することが能力向上に効果があることが示されている。先輩指導員が、周囲の協力を得ることが能力向上に効果があるということからも、社会的ネットワークを考慮する必要があることを示している。

二つ目の陥穽として、学習機会としての職場実践が見落とされており、OJT や Off-JT の成否の要因となる職場要因を考慮すべきであると述べている。その上で、OJT や Off-JT を個別の学習要素として捉えるのではなく、職場要因を考慮し、職場での実践やサポートと連携した形での「統合的な学習環境」を構築する必要があると述べている〔中原 2012〕。

なお、こうした「職場」を学習環境として捉えた研究は「職場学習論 (Workplace Learning)」として進められている〔Paul, 2011 ; Rob, 2014 ; 荒木, 2008 ; 中原, 2010〕。

3. 3 HRD 研究の視点

前2節についてまとめよう。HRD は「(個人への) 訓練開発」と「(組織を対象とした) 組織開発」という視点がある。また、個別要素は細分化され、それぞれに研究が進められている。他方、我が国における HRD にまつわる言説としては、企業実務上用いられる OJT と Off-JT という分類が大勢を占めている。それらが細分化している近年の HRD 研究から見ると問題があることを示した。

では、今後研究として進めて行く場合、こういった視点から考えれば良いのだろうか。

中原〔2014〕は、「組織レベル」、「職場レベル」、「個人レベル」の3段階に分類し研究することを提案している。中原によれば、元々訓練開発などの「個人レベル」の研究と組織開発などの「組織レベル」の研究は、別の分野の研究として捉えるべきだと主張する。「個人レベル」については、前述した通り人的資源開発 (HRD) 研究が射程としてきた。また、「組織レベル」の研究は、伝統的に組織論の一分野である「組織学習論」としての研究が行われてきた。それぞれの研究の進展にあわせ、少しずつ範囲が拡張されてきた結果、お互いが交差するようになってきたという。具体的には、以下の通りである。

人的資源開発 (HRD) においては、「個人レベル」での実践が行われてきた。訓練開発という視点である。そこから、研究が組織のパフォーマンスを追求するようになったことから、より広範囲 (社内の人間関係を含んだ) の研究が求められることになり「職場レベル」に広

がってきていると指摘している。

組織学習論は、当初「組織レベル」を研究の対象としてきた。しかし、組織という単位では精緻化することが難しいため、より小さな単位での研究の必要性が指摘されることにより「職場レベル」にシフトしてきているという。

このようにお互い異なる研究分野であったものが研究の深化と共に交差しており、「組織レベル」、「職場レベル」、「個人レベル」という3段階での視点を有するようになってきているという。

本論では、中小企業における人材という観点から、その資源としての価値を高めるための HRD に対する研究を対象としている。そのため、HRD として考慮すべき範囲は、より広範囲に捉えることが必要であろう。その際、中原の指摘する「組織レベル」、「職場レベル」、「個人レベル」という3段階を主な「フレーム」として考えていくことは適切であるとする。また、この内容は3.1で述べた草野の定義とも合致していると言えるだろう。

4. 考察および今後の課題

4.1 考察

これまでの内容をふまえ中小企業における HRD 研究について考察を行い、今後の課題を明らかにしていきたい。

まず、中小企業に関する研究は、経済学的な分析が多く、中小企業をより理解するためには経営学的なアプローチが求められていた。すなわち、中小企業における経営的な特徴をいかに捉えるかを考慮する必要がある。先行研究では、研究が進んでいる大企業と比較しながら中小企業の特徴について捉えることにより理解が促進することが指摘されている。HRD における影響を議論するためには、中小企業のこういった特殊性が HRD に影響を与えるのかを特定することが求められるだろう。すなわち、中小企業であることの「何が」HRD に影響を与えるのか、について大企業と比較した形で捉えることである。

HRD への影響を検討するために、中原が示す3つのレベルに沿って考えてみよう。すなわち、「組織レベル」、「職場レベル」、「個人レベル」という3つのレベルである。中小企業論による研究知見からは、中小企業としての特殊性が影響を及ぼすのは、より企業という単位に近い「組織レベル」であることが推察される。経済・社会の変化とともに影響を受ける中小企業において、組織レベルには大企業におけるそれとは違った影響を与えられていることが考えられるからである。

たとえば、山口が指摘する「経営者の影響力の大きさ（経営者中心の集権的な管理方式）」は、経営者が「組織」を集権的に管理することであることから、「組織レベル」への影響が想定される。しかしながら、その影響が企業規模の大小によるものなのか（企業規模が小さいから、

経営者の影響が大きくなるのか)、経営者個人の資質によるものなのか(中小企業の経営者であるから、影響力が大きいのか)、あるいは中小企業としての経営上の特徴によるものなのか(たとえば、下請制度による企業間の力関係によるものか)は、より詳細な研究(個別具体的な企業を丹念に記述する質的な研究)が求められるであろう。

「職場レベル」に関しては、「組織レベル」と比較すると中小企業であることの影響は若干弱まるのではないだろうか。それは、「職場レベル」の観点では、「上司-部下」という関係に加え、「同僚-同期間」や「上位者-部下間」といったネットワークを単位にしているが、大企業における職場と中小企業における職場について考えた場合、このネットワークにおいて何らかの要素が「欠ける」といった大きな差はないと予想するからである。しかしながら、「同僚-同期間」や「上位者-部下間」について考えてみると、それぞれの人数の差は影響を与えるのではないだろうか。たとえば、一緒に働く同僚の数の大小、直接の上司ではない上位者の数の大小という違いは考えられる。そのため、大企業なのか、中小企業なのかという視点よりも、職場における人的リソースの差という観点から考える必要があるであろう。なお、中小企業における「職場レベル」の研究に対する知見は、大企業においても実際に働く職場のサイズが小さい場合などに有益となるであろう。

最後に「個人レベル」については、中小企業であることの影響はかなり限定的であるだろう。すなわち、大企業であるか中小企業であるかによって、「個人レベル」での差異はあまりないと考えられるからである。それは、大企業の人材の方が極めて優秀であるといった人材の質的な面での違いは認められないのではないかと考えるからである。そのため、育成(内容や速度、効果)には差が生じないであろうと考える。しかしながら、「個人レベル」での育成された結果が企業経営に与えるインパクトについては、企業規模の差が反映される可能性が高いと思われる。

このように、HRD 研究における視点である「組織レベル」「職場レベル」「個人レベル」の3つについては、大企業との比較を行うという観点から考えると中小企業における特徴を描写することができると考えられる。そのため、中小企業における HRD を考える上でも重要な視点となると考えられる。

4. 2 今後の課題

本論の最後に今後の課題を述べる。

中小企業における人材育成に関する研究には多数の蓄積がある。たとえば、人材育成が経営にどのように寄与するのかを明らかにしようとする研究がある。佐藤・玄田[2003]では、経営者が考える経営戦略を「餅」と例え、絵に描いた餅になるか、実現するのかを決めるのが「人材の質」として、経営パフォーマンスの差は人材育成戦略の差によると結論づけ

ている。また、成長・拡大している中小企業ほど能力開発に積極的な場合が多い事を明らかにしている。

また、井上〔2009〕は、「従業員の能力開発意欲が高く、研修やキャリア開発よりも自己啓発を重視している中小企業の方が、売上高・営業利益ともに毎年連続して増加しており、中小企業の人材育成と業績との関係が明らかになった」としており、人材育成と企業業績との関係について論じている。

大企業と比較すれば、規模の差により育成の成果が業績に与える影響が大きいことから、人的資源開発結果が企業経営に寄与する影響が示唆される。しかしながら、これらの研究においては、果たして「個人レベル」の育成の成果なのか、「組織レベル」や「職場レベル」の育成の成果なのかは必ずしも明らかになっているわけではないため、中小企業の「何が」影響を与えたのかは必ずしも明らかではない。

また、丹念に事例を調査した事例研究も多く蓄積されている。関は現場主義をモットーとし、多数の地域、企業のフィールドワークを通じて、人材育成の実態について研究をまとめている〔たとえば、関 2008 など多数〕。また、川喜多も事例を中心とした形で中小企業の人材育成方法について研究を行っている〔たとえば、川喜多ら 2006〕。

これらの研究は、中小企業における HRD という観点から有用な知見を提供しているが、HRD 研究としてのフレームで比較検討はされていない。中小企業における人材育成が大企業のそれと同じであるのか違いがあるのか、川上が述べる「理論的相互浸透」が HRD の分野においても適用可能かなど観点からも、HRD 研究として行われているフレームに合わせた研究を行っていくことで、より実態が示せるのではないだろうか。

また、主に欧米における中小企業における HRD を研究している〔Nolan & Garavan 2014〕では、中小企業を対象とした研究にいくつかの共通点を見出している。すなわち、中小企業の社会全体における重要性和比較すると中小企業における HRD の研究が進んでいないこと、大企業で適用可能な理論がそのまま中小企業に適用できると前提を置き研究した結果、中小企業において HRD は不十分であると結論づけているものが多く、実態を描き出せていないことである。そして、先行研究からは中小企業においては経営者が強く HRD 施策に影響を与えていること、決まった教育研修という形 (Formal) よりも、非定型の学習 (Informal) が多いといういくつかの中小企業における特徴を示している。また、今後の研究については、より中小企業の実態に迫った研究が求められていると結論づけている。

これらの知見からも、中小企業の実態に迫るということからは、より細分化した単位で比較検討を行うことが重要であろう。ひとつの視点として、本論の中で示した HRD 研究における視点である「組織レベル」、「職場レベル」、「個人レベル」を分けて捉えることは、お互いを比較検討可能にするだろう。すなわち、効果的な人的資源開発を行っている事例が、具体

的にどのレベルに働きかけを行い、その結果として効果があったのかを明らかにしていくことにより、大企業を対象とした HRD 研究の知見との比較から中小企業の実態に迫れるのではないだろうか。具体的には、上記3レベルを考慮した上での「量的研究」、事例の収集やまとめといった「質的研究」の両面からの研究が必要となるであろう。

注：

-
- ⁱ 渡辺の分類と類似する研究として、〔高田 2007,2011〕がある。
- ⁱⁱ 他国においても、その国の経済情勢などを踏まえた研究が行われている。たとえば、植田ら〔2010〕
- ⁱⁱⁱ なお、原は、「何をもって経済学的、経営学的と区分するかは難しい」とするが、「中小企業を経営学という観点から分析する」ことを経営学的であると述べている。
- ^{iv} 経験学習については、〔Kolb & Kolb 2008〕や〔松尾 2006,2011〕が詳しい。
- ^v 同調査では、以下のような定義が用いられている。特徴としては、OJT を計画的であるか否かで分けている点、自己啓発を加えている点が挙げられる。
- OFF-JT：業務命令に基づき、通常の仕事を一時的に離れて行う教育訓練（研修）のことをいう。例えば、社内で実施（労働者を1か所に集合させて実施する集合訓練など）や、社外で実施（業界団体や民間の教育訓練機関など社外の教育訓練機関が実施する教育訓練に労働者を派遣することなど）が、これに含まれる。」
- OJT「日常の業務に就きながら行われる教育訓練のことをいう。直接の上司が、業務の中で作業方法等について、部下に指導することなどがこれにあたる。
- 計画的な OJT：日常の業務に就きながら行われる教育訓練のことをいい、教育訓練に関する計画書を作成するなどして教育担当者、対象者、期間、内容などを具体的に定めて、段階的・継続的に教育訓練を実施することをいう。例えば、教育訓練計画に基づき、ライン長などが教育訓練担当者として作業方法等について部下に指導することなどが、これに含まれる。
- 自己啓発：「労働者が職業生活を継続するために行う、職業に関する能力を自発的に開発し、向上させるための活動をいう（職業に関係ない趣味や娯楽、健康増進のためのスポーツ等は含まない。）。
- ^{vi} 組織学習論については、〔安藤 2001〕が詳しい。
- ^{vii} 多くの事例研究からは、中小企業の中に多くの優秀な人材がいて、企業を支えていることが示されている〔たとえば 関 2008等〕。

参考文献

- 荒木淳子：職場を越境する社会人学習のための理論的基盤の検討：ワークプレイスラーニング研究の類型化と再考、経営行動科学、21（2）、2008,pp119-128
- 安藤史江：組織学習と組織内地図、南山大学学術叢書、2001
- APEC：Study on SME internationalization best practices across selected APEC economies, Spring Singapore,2011
- European commission：commission recommendation of 6 may 2003/361/EC concerning the

- definition of micro, small and medium-sized enterprises, Official Journal of the European Union, Luxembourg, 2003 PP36-41
- 福島久一：現代中小企業の存立構造と動態、新評論、2006
- 中小企業庁：人材マネジメントに関する実態調査、2008
- 橋本論：インストラクショナルデザイン 役に立つ研修をいかにつくるか、企業内人材育成入門、ダイヤモンド社、2006、pp151-179
- 原敏晴：戦略不全の論理を超えて、中小企業と人材育成、創世社、2007、pp144-162
- 井上善海：中小企業の人材育成と業績に関する一考察、広島大学経済論叢、33 (1), 2009, pp93-100
- 川上義明：中小企業経営・管理研究に関する基礎的考察、福岡大学商学論叢、51 (4), 2007、pp351-386
- 川上義明：中小企業研究への経営学アプローチ——特殊経営学としての中小企業経営論——、福岡大学商学論叢、58 (3), 2013、pp341-362
- 川喜多喬 九川謙一 東京商工会議所：中小企業の人材育成作戦—創意工夫の成功事例に学ぶ、同友館、2006
- 清成忠男：中小企業論 100年、日本労働研究雑誌、2014、p1
- 草野千秋：人的資源開発の理論的枠組み、経済論叢、180 (4), 2007、pp383-401
- Kolb, A., & Kolb, D. A. : Experiential learning theory : A dynamic, holistic approach to management learning, education and development., Handbook of Management Learning, Education and Development., 2008, pp42-68
- 厚生労働省：能力開発基本統計調査、2014
- 松尾睦：経験からの学習 - プロフェッショナルへの成長プロセス -, 同文館出版、2006
- 松尾睦：「経験学習」入門、ダイヤモンド社、2011
- McGuire, D. & Jorgensen, K.M. : Human Resource Development : Theory and Practice. London : Sage Journals, 2011
- 三井逸友：戦後日本の小零細経営研究、駒澤大学経済学部研究紀要、41, 1983, pp323-371
- 村本孜：中小企業憲章の制定とその意義 —中小企業政策のイノベーション—、成城大学経済研究所 研究報告65, 2013
- 中原淳：職場学習論、東京大学出版会、2010
- 中原淳：学習環境としての「職場」：経営研究と学習研究の交差する場所（特集 能力開発の今）、日本労働研究雑誌、54 (1), 2012、pp35-45
- 中原淳：「職場における学習」の探究（特集 現場における学習）、組織科学、48 (2), 2014、pp28-37

- 中村和彦：組織開発（OD）とは何か？、人間開発研究、6,2007,pp1-29
- Neal, C. : Introduction : The Profession and the Discipline., Handbook of Human Resource Development, 2014, pp. xxxvii-lv
- Nolan, C. T. and Garavan, T. N. : HRD in Smaller Firms, Handbook of Human Resource Development, 2014, pp526-546
- Paul, H. : Theories of Workplace Learning., The sage Handbook of Workplace Learning, 2011, pp. 17-31.
- Rob, P. : Workplace Learning. In N. E.Chalofsky, Handbook of Human Resource Development, 2014, pp. 215-227
- 労働政策研究・研修機構：中小企業における人材育成・能力開発（JILPT 第2期プロジェクト研究シリーズ）、労働政策研究研修機構、2012
- Sashkin, M. : Management and Leadership in HRD, Handbook of Human Resource Development, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ,2014
- SBA Office Advocacy : Frequently Asked Questions, www.sba.gov/advocacy, 2014（閲覧 2015年6月9日）
- 佐藤博樹・玄田有史：成長と人材 - 伸びる企業の人材戦略 -, 勁草書房、2003
- 関根雅泰：新入社員の能力向上に資する先輩指導員の OJT 行動、職場学習の探求、生産性出版、2012,pp. 143-167
- 関満博：地域産業に学べ！—モノづくり・人づくりの未来、日本評論社、2008
- （財）商工総合研究所：中小企業の『人財』戦略—人材の育成と活用に向けて、商工総合研究所、2012
- 高田亮爾：中小企業問題と研究の視点（1）、流通科学大学論集、20（1）、2007, pp27-39
- 高田亮爾：現代中小企業研究と課題、奈良県立大学研究季報、21（3）、2011, pp1-22.
- 植田浩史・糸野博行・駒形哲哉：日本中小企業研究の到達点、同友館、2010
- 渡辺俊三：中小企業論研究の成果と課題、名城論叢、8（4）、2008, pp121-141
- 山中篤太郎：日本中小工業とその質的規定、一橋論叢、4（6）、1939, pp601-623
- 山口隆之：中小企業経営の特徴と近接性、商学論究、59（3）、2012, pp71-91

産業能率大学におけるアクティブラーニング型授業に関する基本的考察
～自由が丘スイーツフォレストとのコラボレーション授業～

A Study on the Active Learning Program at SANNO University :
The University Collaboration Program with Jiyugaoka Sweets-Forest Company

寺嶋 正尚
Masanao Terashima

岡田 一弥^{*}
Kazuya Okada

都留 信行
Nobuyuki Tsuru

1. 序 論

本学・産業能率大学は、1920年に、創設者である上野陽一先生が、日本産業能率研究所を設立したのを淵源とする。以後、1950年に産業能率短期大学、1963年に通信教育課程、1979年に産業能率大学を開設し、現在に至っている。90余年にわたる歴史の根底に流れている思想の1つに、先生の「知識は実際に役立ってこそ価値がある」の言葉がある。入学式を初めとする学生生活の様々な場で、学生はこの言葉を耳にする。本年3月の卒業式及び入学式でも、学長から建学の精神とあわせてこの言葉が紹介された。本学教員及び職員にとって、日々の学生教育を行ううえで、よすがとするものである。

本学は他校に先駆け「インターンシップ」「アクティブラーニング」「外部とのコラボレーション授業」などを実施してきた。また近年では、文部科学省の大学教育再生加速プログラムのテーマⅠ・Ⅱ複合型に採択され、これまで以上に、学生の視点に立ったアクティブラーニング型授業を推進している¹⁾。毎月の教員向けFD研修会でも、授業の質、学びの質を高めるための、アクティブラーニングに関する研修が行われている。

本論文は、こうした環境において、本学が立地する自由が丘という街にある自由が丘商店街振興組合及び自由が丘スイーツフォレストとのコラボレーション授業である「自由が丘商品の企画開発」について論じるものである。2012年度から3年間にわたり、本論文の筆者3名

が担当した授業である。

以下、章を改め、「アクティブラーニング」に関する先行研究から、その定義や意義について整理し、本授業の位置付けについて考察する。次いで「自由が丘商品の企画開発」なる授業の概要を詳述する。本学と協働で授業を担当した自由が丘商店街振興組合及び自由が丘スイーツフォレストとはどのような組織であるか、本授業の具体的なカリキュラム内容はどのようなものか、また本授業を履修した学生の声にどのようなものがあるか、などについて整理し、知見を抽出する。そして最後に、今後の課題やさらなる可能性について論じる。

2. アクティブラーニングに関する先行研究

アクティブラーニングに関する研究は、近年、多くの学者によりなされており、枚挙に暇がない。本論文は、教育学の視点からアクティブラーニングそのものに関する研究を行うものではなく、アクティブラーニング型授業とされる本校の授業「自由が丘商品の企画開発」が学術的に見てどのような授業であり、また学生にどのような効果を及ぼすことが期待されるか、を論じるものである。以下では、本学の授業を説明するうえで有用とされる主要な先行研究論文に絞って、論じるものとした。

アクティブラーニングに関する研究は、古くからなされているが、レビュー論文としては須永一幸（2010）が詳しい。アクティブラーニングは「一般に、学生を“active”にすることを意図した教授法・学習法である」²としたうえで、“activeness”の概念について考察している。“activeness”の概念を構成する要素として、能動性、活動性、学習過程への関与、主体性、当事者意識、自立性といった性質を導出した。そして「具体的に、“activeness”に関わる諸性質のうちのどの性質を、どのように引き出してゆくべきか、その判断は、教授者本人や学生の資質、また、当該の高等教育機関の社会における役割や位置づけに応じて異なるものであって良いだろう」³としている。つまりアクティブラーニングを構成する諸要素の重み付けは、教育機関や教授者の判断や裁量に任せたことになる。そして1つの方向性として、「学士課程のカリキュラムという観点からアクティブラーニングを捉えた場合、まずは主体性や当事者意識を引き出すことを重視し、学習への動機付けを高めることで、学習過程への関与の深さを高めることを足がかりにしながら、次第に関与の深さ、全一性の高さを高めていく、というゆるやかな流れが望ましいように思われる」⁴としている。ここで注目したいのは、同論文では「主体性」と「当事者意識」を重視している点である。本論文でも1つの切り口として、「自由が丘商品の企画開発」なる授業を行ったことで、学生の「主体性」や「当事者意識」が促されたかどうかを見ることにしたい。

また、アクティブラーニング研究に関する第一人者である溝上慎一は、「アクティブラーニング導入の実践的課題」と称する論文で、アクティブラーニングを「学生自らの思考を促す

能動的な学習」と定義し、アクティブラーニングを取り入れている授業について書かれた72本の論文を元に、アクティブラーニングが行われているのはどのような分野の授業かを調べた（溝上慎一（2007））。アクティブラーニングは、授業形態の観点から見ると講義型と演習型に分類でき、演習型はさらに課題探究型と課題解決型に分類出来るとしている。そしてアクティブラーニングを導入するときに重要なポイントとして、「学習プロセス」と「学習の質を高める工夫」をあげている⁵。

さらに溝上慎一（2012）は、「全カリにおけるアクティブラーニングと学生の能動的学修」と称するシンポジウムで、「私は、やはり学生がしっかり学んで力を付けて、ああ、大学で育ったのだと言えるような、そういう大学教育というものを、実現していきたいなとずっと思ってきたのです。その中でアクティブラーニングというものに出会っただけでありまして、アクティブラーニングを専門に取り上げて、それだけが私の仕事と、そんなことは全くないのです」⁶と述べている。同点は非常に重要な点であり、アクティブラーニング型授業の実施を単に目指せば良いのではなく、最終目的は大学教育の充実であり、アクティブラーニングはあくまでも、その最終目的を実現するための一手法として捉える必要があるということだろう。

なお溝上は溝上（2014）で、アクティブラーニングに関するこれまでの一連の理論の整理を、さらに松下との共著である溝上・松下（2014）で教育学のみならず、社会学及び心理学の視点も踏まえ、若者が現在どのような困難な中にいるのかを説明した上で、アクティブラーニングの必要性や可能性について論じている。

行政の視点から考察したものには、中央教育審議会大学分科会大学教育部会（2012）がある。用語集においてアクティブラーニングが定義されており、「教員による一方的な講義形式の教育とは異なり、学習者の能動的な学習への参加を取り入れた教授・学習法の総称。学習者が能動的に学ぶことによって、後で学んだ情報を思い出しやすいあるいは異なる文脈でもその情報を使いこなしやすいという理由から用いられる。発見学習、問題解決学習、体験学習、調査学習等が含まれるが、教室内でのグループディスカッション、ディベート、グループ・ワーク等を行うことでも取り入れられる」としている⁷。本論文でも、アクティブラーニングに関する定義としては、この定義を用いることにしたい。さらに同報告書は、「予測困難な時代において生涯学び続け、主体的に考える力を育成する大学へ」と称するレポートの本文で、「求められる質の高い学士課程教育とは、教員と学生とが意思疎通を図りつつ、学生同士が切磋琢磨し、相互に刺激を与えながら知的に成長する問題解決型の能動的な学修（アクティブラーニング）によって、学生の思考力や表現力を引き出し、その知性を鍛える双方向の講義、演習、実習や実技等の授業を中心とした教育である」⁸としている。アクティブラーニング型授業の重要性や意義について行政自ら認識し、それを大学関係者に強調していることが分か

る。

以上、学術的な定義についてみたが、以下ではケーススタディについても考察する。

近年、アクティブラーニングの研究及びその浸透において先導的な役割を担う機関の1つである河合塾による報告書を見ると、まずアクティブラーニングに関する定義を「参加型・能動的な学習」のことで、授業者が一方的に知識伝達をする講義スタイルではなく、課題研究やPBL (Project/Problem Based learning)、ディスカッション、プレゼンテーションなど学生の能動的な学習を取り込んだ授業を総称する用語⁹としている。その上で、具体的には、「PBL、実験実習、フィールドワークなどの参加型・能動型学習」と定義し、さらに「知識の定着・確認を目的とした演習・実験等の一般的アクティブラーニング (GAL)」と、「知識の活用を目的としたPBL、創成授業等の高次のアクティブラーニング (HAL)」に分類出来るとしている¹⁰。非常によく使用される分類であるが、これに拠ると、以下本論文で考察する「自由が丘商品の企画開発」なる授業は、高次のアクティブラーニングに位置付けられるだろう。

なお谷口哲也・友野伸一郎 (2011) が所収されている河合塾編著 (2011) は、アクティブラーニング型授業を実施する大学の先進事例として、経済・経営・商学系学部では、立教大学経営学部、武蔵大学経営学部、創価大学経済学部、立命館大学経営学部、宮崎産業経営大学経営学部、そして産業能率大学経営学部をあげている。また大学からの事例報告として、室蘭工業大学工学部情報電子工学系学科、秋田大学工学資源学部機械工学科、岡山大学工学部機械工学科、金沢工業大学工学部機械工学科、立教大学 (経営学部)、立命館大学経営学部、武蔵大学 (経済学部)、そして産業能率大学経営学部が掲載されている (産業能率大学に関しては松尾 (2011))。本大学の教育プログラムが、他校にとって先進事例とされ、研究対象とされていることが分かる。

なお河合塾は、毎年「大学におけるアクティブラーニング調査報告書」を出しているが、その中で教育機関におけるアクティブラーニング導入の重要性を説くと同時に、全国の大学における導入状況を調査している (河合塾編著 (2013)、河合塾編著 (2014) 等)。前掲書の河合塾編著 (2011) では、Ⅰ. アクティブラーニングそのものについての評価、Ⅱ. 学部学科による質保証、実施主体の体制、教育内容を統一するためのチームティーチング、FD 活動、Ⅲ. 学生の能力形成と自律・自立化、の3点について有識者が5段階評価を行っている。本学の評価が高いことがうかがえる (表2-1)。第3章で詳述する「自由が丘商品の企画開発」なる授業は、こうしたアクティブラーニング型授業を育成し、進展させてきた本校ならではの土壌の中で生まれたものであることを記しておきたいと思う。

表2-1 経済・経営・商学部系学部におけるアクティブラーニング（AL）の評価

大学・学部		I. ALそのものについての評価			II. 学部学科による質保証、実施主体の体制、教育内容を統一するためのチームティーチング、FD活動	III. 学生の能力形成と自律・自立化
		4年間を通じたAL	高次のAL	産学連携のAL		
産業能率大学	経営学部	a	a	b	b	a
立教大学	経営学部	a	b	a	a	a
函館大学	商学部	b	a	b	b	c
創価大学	経済学部	a	b	c	a	a
	経営学部	b	b	c	a	b
立命館大学	経営学部	a	b	b	b	b
宮崎産業経営大学	経営学部	a	b	b	b	b
東日本国際大学	経済情報学部	b	b	b	a	b
武蔵大学	経営学部	b	b	b	b	b
流通科学大学	サービス産業学部	a	c	b	b	b

(注1) a～eの評価は、a：進んでいる、b：やや進んでいる、c：普通、d：やや遅れている、e：遅れている、を示す。

(注2) 高次のALは、知識の活用を目的としたPBLや創生授業等を指す。

(資料) 河合塾編著（2011）pp89。網掛けは筆者。

3. 自由が丘商店街振興組合及び自由が丘スイーツフォレストの概要

(1) 自由が丘商店街振興組合の概要

本学経営学部は自由が丘に校舎を構えていることもあり、古くから、様々な分野及び領域で、自由が丘商店街振興組合を初めとする、自由が丘にある様々な企業、団体、組織、住民の方々等と連携してきた。授業しかり、クラブ活動しかり、イベントしかりである。たとえば、自由が丘の街を巡回して来街者に街案内をする「自由が丘の案内人・セザンジュ」は、本学の学生で構成され、日祝やイベント時を中心に活動を行っている。また「自由が丘イベントコラボレーション」という授業では、自由が丘が進めている大きなイベント（スイーツフェスタ、女神まつり、クリスマスイベント）や本学学園祭（自由が丘産能祭）などに、学生自らが運営スタッフとして参加することによって様々なことを学ぶものである。これらは自由が丘商店街振興組合と本学の共同プロジェクトである。

さて自由が丘商店街振興組合であるが、その歴史を紐解くと、戦前は「駅前銀座会」「銀座会」「共栄会」「弁天通会」「広小路会」「旭会」などの商店会が存在していた。1937年に組合員120店による「自由が丘商店街協同組合」が結成され、1948年には12の商店会が1つになり「自由が丘商店街連合会」が誕生した。その後1963年に、商店街振興組合法が制定されたため、11月に「自由が丘商店街振興組合」が発足している。この時点で、今の商店街振興組合の枠組

みが完成したことになる。

自由が丘商店街振興組合は、振興組合としては日本最大の規模であり、発足当時436店だった組合員は2015年現在、1300店を超えるまでになっている。自由が丘の街の魅力づくり、会員店舗の繁栄のための活動などを行っており、組合員が必要とする共同事業の運営、地域内の環境の整備・改善、組合員の事業の健全なる発展の応援などを実施している。

なお具体的には、毎年10月に開催される自由が丘最大の祭である「自由が丘女神まつり」、毎年5月に開催される「スイーツフェスタ」を初めとして、盆踊りやクリスマスイベントなどを主催している。また来街者に対する情報サービスでは、インフォメーションセンターを設置したり、ガイドブックを出版したり、地元のコミュニティバス「サンクスネイチャーバス」に対する後援・協力を行ったり、「自由が丘森林化計画」を行うことで自由が丘の緑化を推進したりしている。他の商店街に先駆けて、先進的な取組みをいくつも行い、そして高い評価を受けている商店街である。

「自由が丘商品の企画開発」の授業は後述するように、自由が丘まちづくりユニットの中の1科目であるが、当該ユニット全体を通じて、商店街振興組合を支える数多くの方々のご登壇され、自由が丘のまちづくりに対する知見をご教授頂いた（筆者の1人である岡田は、本学客員教授であると同時に、自由が丘商店街振興組合理事長を務めている）。本授業は、狭義の意味では本学と自由が丘スイーツフォレストとのコラボレーション授業であるが、広義の意味ではその両者に加え、自由が丘商店街振興組合も入った授業とすることが出来る。

（2）自由が丘スイーツフォレストの概要

自由が丘スイーツフォレストは、2003年11月に誕生した菓子（スイーツ）のテーマパークである。筆者の一人である岡田が代表取締役社長をつとめる岡田不動産と、玩具メーカー大手の株式会社ナムコ（当時）が共同で設立した。スイーツ店9店、パン店、道具・材料店、レストラン各1店の構成でスタートしている。

内装は季節感のある木々で飾り付けられ、スイーツフォレストの名前の通り、森のイメージになっている。有名なパティシエ（菓子職人）が軒を連ねる形態で、来店者は色々なお店のスイーツを回遊して食べることが出来る。

2013年には開業10周年を迎え、近年では自由が丘駅南口にテイクアウト専門の新業態をオープンさせるなど、活動の幅をますます拡大させ、今日に至っている。

なお自由が丘と聞くとスイーツフォレストを連想する人が多いように、スイーツフォレストは自由が丘の街にとって、シンボリックな存在である。こうした組織とのコラボレーション授業が、「自由が丘商品の企画開発」という授業に他ならない。

4. 自由が丘商品の企画開発

経営学部現代ビジネス学科には「ユニット専門科目」なる必修科目が配置されている。2015年時点では、ショップビジネスユニット、自由が丘まちづくりユニット、心理・コミュニケーションユニット、メディアコミュニケーションユニット、商品企画ユニットの5つがある。いずれも理論系科目と実践系科目から構成され、前期2科目、後期2科目を履修する形になっている。

これらユニットは、より学生の視点にたって学びの質を高めるべく、毎年改善が加えられている。本論文で取り上げる自由が丘まちづくりユニットの内容は、あくまでも2012年度から2014年度の3年間に限った話である点にご留意いただきたい。

2012年度から2014年度におけるまちづくりユニット4科目の構成は、下図に示すとおりである。前期2科目（「地域ブランドの成功事例を学ぶ」「自由が丘リサーチ」）、後期2科目（「地域プロモーション」「自由が丘商品の企画開発」）の構成であり、「地域ブランドの成功事例を学ぶ」と「地域プロモーション」が理論系科目、「自由が丘リサーチ」と「自由が丘商品の企画開発」が実践系科目である。

履修者は1～2年次の基礎教育を終えた3～4年次の学生が対象であり、2013年度の履修者数は1科目あたり50名弱であった。

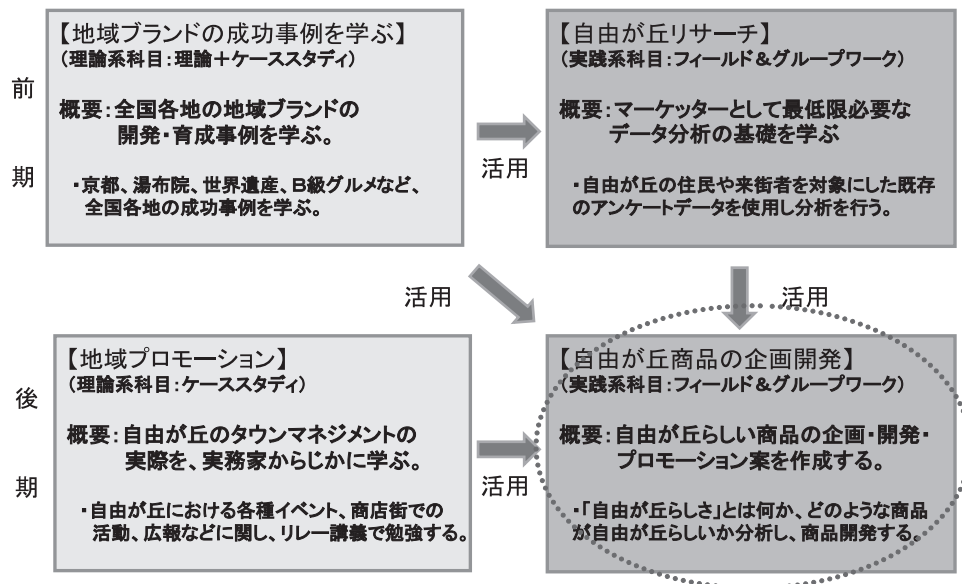
それぞれの科目について言及すると、「地域ブランドの成功事例を学ぶ」は、全国各地の地域ブランドの開発・育成事例を学び、その中で「自由が丘ブランド」の魅力の源泉や強み・弱みなどについて学ぶものであった。理論系科目ではあるが、グループワークにより、それぞれのグループが選んだ地域ブランドについて、その概要、魅力などに関し、発表してもらう形をとった。

また「自由が丘リサーチ」は、マーケッターとして最低限必要なデータ分析の基礎を学ぶことを目的に、これまでに本学の地域マネジメント研究所（現コンテンツビジネス研究所）¹¹が実施した既存のアンケートデータを用いて、分析手法を教授した。学生はパソコンを持参し、自らデータ分析を行い、設定した仮説に対する検証方法などを学んだ。

後期科目の「地域プロモーション」は、本論文執筆者の1人である岡田が担当するもので、自由が丘商店街新組合理事長である立場から、タウンマネジメントの実際を教授とするものである。自由が丘森林化計画、ゴミ収集問題、ガイドブック作成、女神まつりの運営など、今まさに自由が丘の街の現場で起きている生の情報について、学生が学べるよう配置されている。

そして最後に、これら3つの授業の成果をもとに、その集大成として設置したのが、「自由が丘商品の企画開発」なる授業である。同授業の内容については、以下、節を改め記述する。

図4-1 自由が丘まちづくりユニットの4科目（2012年度～2014年度）



(1) 自由が丘商品の企画開発の授業内容

前述した通り、「自由が丘商品の企画開発」は、自由が丘まちづくりユニットの総まとめとして位置付けられている。

具体的なシラバスの内容は下記の通りである。

表4-1 自由が丘商品の企画開発のシラバス

第1週	：導入・この授業で何を学ぶか →授業内容や授業の進め方に関するガイダンスを行う。 商品戦略、販売戦略、プロモーション戦略等の基礎を学ぶ。
第2週	：既存の自由が丘オリジナル商品の分析（1）強み弱み分析 →グルメ、雑貨、ファッション、キッズ&ベビー等のグループに別れ、 既存のオリジナル商品の発掘、分析を行う。
第3週	：既存の自由が丘オリジナル商品の分析（2）（マーケティング戦略） →既存の自由が丘オリジナル商品が、どのようなマーケティング戦略のもと、 販売されているか考察する。
第4週	：既存の自由が丘オリジナル商品の分析（3）（事例発表） →優秀な2～3のグループに発表してもらい、その具体的内容や、 実現性等について議論する。
第5週	：外部講師（スイーツフォレストプロデューサー）による講演 →スイーツフォレストの概要及び商品開発のヒントについて講演頂き、 その後スイーツフォレストに全員で出かけ、説明を受けた。
第6週	：市場調査1 →どのような商品が自由ヶ丘らしいか、 文献調査やフィールドワークを行い、分析する（以降、13週までグループワーク）。
第7週	：市場調査2 →オリジナル商品を確定する
第8週	：マーケティング戦略の確定 →価格戦略、プロモーション戦略について固める。
第9週	：収支シミュレーション →オリジナル商品を実際に販売した際の、収支シミュレーションを行う。
第10週	：発表資料の作成 →5～9回目の授業内容を踏まえ、 最終発表資料（プレゼンテーション）の作成を行う。
第11週	：発表の準備 →5～10回目の授業内容を踏まえ、 最終発表（プレゼンテーション）の準備を行う。
第12、13週	：発表
第14週	：総まとめ →これまでの授業で学んだことの総復習を行う。

まず前半では、学生はグルメ、雑貨、ファッション、キッズ&ベビーなどのグループに分かれ、自由が丘に存在する「既存のオリジナル商品」の発掘をおこなった。同様の商品やサービスでも、他の街で販売するものとのどこが違うか、自由ヶ丘ブランドの恩恵をどのように受けているか、そもそも自由ヶ丘らしいユニークな商品であるか、など多面的な角度から調査・分析を実施した。この既存商品分析は、後半の授業において、学生が自由が丘ブランドの魅力の源泉を反映させた自由が丘オリジナルスイーツを企画・開発する際、参考になる

よう組み立てたものである。

後半は、実際に、自由ヶ丘におけるオリジナルスイーツの企画開発を行った。第5週に、自由が丘スイーツフォレストのプロデューサーによる講演を実施した。ここでは、自由が丘スイーツフォレストの来歴や、テーマパークというコンセプト、場内の店舗の特徴などを解説してもらった。さらに、創立10周年の企画の一部として、バレンタインデー後から桜の季節の隙間にあった企画をご提案頂いた。

この依頼を受け、学生は、自由が丘スイーツフォレストはもちろん、自由が丘におけるスイーツ店についてフィールドワークを実施した。需要者である来街者の方々の意見を尋ねたり、供給者である店の人の考えを収集したりした。また前期科目である「自由が丘リサーチ」で学んだアンケート手法を駆使して、全てのグループが定量的なデータ分析を試みた。

さらに商品そのもののコンセプト、素材・形状、コスト計算、販売提供方法、プロモーションなど、様々な企画を立案した。

これらの成果は、まず授業内で、グループ単位で、パワーポイントを用いて発表した。発表後は、企画の独自性や実現可能性などについて、全員で議論した。発表が一方向に行われることなく、学生及び教員を含めた双方向ならぬ多角形型の意見交換を行うことで、学生の学びの質を高めるようにした。また発表と議論を踏まえ、最終課題としてレポートを提出してもらった。このレポートは、発表で提示できなかった詳細データなどを含めた発展学習として位置付けた。

各グループのプレゼンテーション資料（グループワークにより行ったもの）と最終レポート（個人で行ったもの）は、その後、自由が丘スイーツフォレストのプロデューサーを通じて、商品化を検討してもらった。その結果、自由が丘スイーツフォレストと産業能率大学の地域コラボレーションプロジェクト『10周年記念～大学生考案のスイーツをパティシエが実現』として、本学学生が企画開発したスイーツが、スイーツフォレストに期間限定ながら並ぶことになった。「疲れを癒してくれるベリーフルーツづくしの限定スイーツ」である。2014年3月29日～4月4日に、施設内店舗のベリースイーツ専門店「ベリーベリー」にて、販売が実現した。

図4-2は、自由が丘スイーツフォレストが、プレスリリース資料として作成したものである。

図4-2 自由が丘スイーツフォレストのプレスリリース資料

自由が丘スイーツフォレストニュース

報道関係各位

March. 2014



**「自由が丘スイーツフォレスト」と「産業能率大学」が地域コラボレーション～
10周年記念～大学生考案のスイーツをパティシエが実現！
<2014年3月29日(土)～4月4日(金)>**

おかげさまで10周年を迎えたスイーツのテーマパーク「自由が丘スイーツフォレスト」は、2013年11月の開業以来、地域活性化を目指し、地域と連携した活動に積極的に取り組んでまいりました。

この度、10周年企画として、自由が丘にキャンパスを持ち、地域と連携したフィールドワークに意欲的に取り組んでいる産業能率大学のマーケティング講義の中で学生が考えた“自由が丘商品”を、パティシエが商品化し、期間限定で販売いたします。

学生ならではのフレッシュな考えで生まれたアイデアを、プロのパティシエが実際に販売する商品として具現化する、「自由が丘スイーツフォレスト」として新たな取り組みとなります。

地域で学ぶ学生とスイーツのテーマパークの協力によって誕生した限定スイーツをお楽しみください。



ベリーベリー 「癒しのベリーベリームース」
580円(税抜) ※1日10個限定 ※スイーツフォレスト限定

**疲れを癒してくれる
ベリーフルーツづくしの限定スイーツ**

スポンジにブルーベリーのムースを重ね、中にはブルーベリー、ブラックベリー、すぐり、フランボワーズのコンポートを合わせ、フレッシュベリーをたっぷり飾り付けました。

ブルーベリーのムースと自家製のベリーコンポートで甘酸っぱく、リフレッシュできるようなスイーツに仕上げました。

まさに、ベリースイーツ専門店ならではのベリーづくしの逸品です。

【パティシエ: 藤間英光シェフ】

「疲れるとスイーツが食べたくなる→“お疲れ様をあなたに!”というコンセプトに魅力を感じ、このアイデアを採用しました。

1つのケーキの中にベリーをたっぷり使用して、目の疲れを癒せるスイーツを目指しました。可愛らしいハートのデザインとベリーの効果で疲れを癒してくれるようなベリースイーツをと考案しました。



◆産業能率大学の「地域プロモーション」

地域と連携したリアルなフィールドワークにこだわり、自由が丘の街とコラボした講義を行っています。その活動は「女神まつり」や「スイーツフェスタ」等のイベント開催時や、街の案内役「セザンジュ」など、年々広がっています。

2013年度後期の講義「自由が丘商品の企画開発」では、学生がグループごとに分かれ、学生の視点からスイーツ専門店で販売する「オリジナルスイーツ」を企画開発し、成果を上げました。

実際のビジネスを通じて、商品企画、販売戦略、プロモーション戦略など、様々な戦略を立案・企画・実施する「総合力の習得」を目指す授業です。

【本件に関する窓口】産業能率大学 教務課 高田 (TEL 03-3704-9955)



<担当班・学生のコメント> 私たちが企画したスイーツが、商品化され、とても嬉しいです。若い感性と、未来への希望がたっぷり詰まったスイーツを美味しくお召し上がりいただきたいです

自由が丘スイーツフォレスト施設概要

スイーツのフードテーマパーク『自由が丘スイーツフォレスト』は、「ハビネス・オブ・スイーツ」をテーマに、一流のお菓子職人“スーパードパティシエ”たちが、腕によりをかけて提供する“作り立て&出来立て”の極上スイーツをその場で食べ比べることができます。

◆住所: 東京都目黒区緑が丘2-25-7(ラ・クール自由が丘)1F～3F

◆営業時間: 「スイーツの森」10時～20時(年中無休) 「スイーツレイト」17時/店舗により異なる

◆アクセス: 東急東横線大井町線「自由が丘」駅南口から徒歩約5分 ◆HP: <http://www.sweets-forest.com>

「自由が丘スイーツフォレスト」お客様お問い合わせ電話番号 ☎03-5731-6600

本件に関するお問い合わせ「自由が丘スイーツフォレスト」プロモーション担当
ビーアールコンピナート株式会社 井上・三樹 TEL 03-3263-5621/FAX 03-3263-5623

(2) 学生の声

本授業を受講した学生に、本授業に関する感想を聞いた。

自由が丘スイーツフォレストとの連携により、「企業とコラボレーションすることで、本当に商品を企画するつもりでグループワークができて良かった」「スイーツの開発ができて楽しかった」「プレゼンテーション能力があがった」のように、肯定的に捉えている回答が殆どであった。

さらに、具体的な事例をもとに学習したため、「実際に歩いてフィールド調査をしたり、リサーチの仕方などを学んだりすることができた」「前期の授業で学んだことが活かされた」という意見が散見された。講義で学んだことを、具体的に活用できるシーンを提供することで、より深い学習を呼び起こしていると考えられる。

また、「自由が丘らしさや自由が丘にあるお店などをたくさん知ることができた」という意見は、それまでの日常では見過ごされていた視点を、改めて見直す契機にもなったことが分かる。

これら学生の意見を見る限り、アクティブラーニングに関する先行研究で見た、学生の「主体性」や「当事者意識」が、本授業により促されたことが分かる。本授業は、「知識の活用を目的としたPBL、創成授業等の高次のアクティブラーニング（HAL）」として機能していたと言って良いだろう。

一方、ネガティブな意見としては、「課題の期間が短い」「就職活動を考慮に入れて欲しい」があった。これは、受講生が3年生であり、最終発表や最終課題が1月に集中しており、当時12月からスタートした就職活動の時期と重複したから発せられていると考えられる。しかしながら、内容的には問題なく、全体的に非常に高い満足度をもって受講したことが分かった。

5. 知見及び今後の課題

以上の整理を今一度しておこう。

本論文では、まず「アクティブラーニング」に関する先行研究をもとに、その定義や意義を整理し、「自由が丘商品の企画開発」なる授業の位置付けを行った。講義型と実習型のそれぞれ2科目ずつ、合計4科目から構成される「自由が丘まちづくりユニット」における実習型スタイルの授業であること、そして、ユニットでは講義型授業と実習型授業の双方が、車の両輪のように補いあう形で、学生の学びの質を高めていることを考察した。

次いで、実際の「自由が丘まちづくりユニット」の授業概要について詳述した。授業アンケートの結果を見ると、学生の成長の跡がうかがえ、また満足度も非常に高いことが分かった。

こうした結果を踏まえ、今後も学生の主体性及び当事者意識を醸成するためにも、講義型授業と実習型授業のバランスの良い授業配置、ならびにその関係性を十二分に考えることの

重要性を再確認することが出来た。

なお、本論文で扱った授業は、いずれも履修者数40名程度の科目である。20名前後のゼミや、200名近い大教室での授業の場合は、どのようなアクティブラーニングが可能になるか、学生の声への適切なレスポンス方式にはどのようなものがあるか、などについては引き続き研究を続けて参りたい。

注：

-
1. 詳細は本学ホームページ。http://www.sanno.ac.jp/univ/ap/index.html
 2. 須永一幸（2010）pp2.
 3. 須永一幸（2010）pp7.
 4. 須永一幸（2010）pp7-pp8.
 5. 溝上慎一（2007）pp275.
 6. 溝上慎一（2012）pp29.
 7. 中央教育審議会大学分科会大学教育部会（2012）の用語集 pp1.
 8. 中央教育審議会大学分科会大学教育部会（2012）の本文編 pp4.
 9. 谷口哲也・友野伸一郎（2011）pp5.
 10. 谷口哲也・友野伸一郎（2011）pp10.
 11. コンテンツビジネス研究所に関しては、http://www.sanno.ac.jp/univ/cb/index.html

参考文献

- ・河合塾編著（2011）、『アクティブラーニングでなぜ学生が成長するのか』東信堂、2011。
- ・河合塾編著（2013）、『「深い学び」につながるアクティブラーニング』東信堂、2013年。
- ・河合塾編著（2014）、『「学び」の質を保証するアクティブラーニング』東信堂、2014年。
- ・須永一幸（2010）、「アクティブラーニングの諸理解と授業実践への課題—activeness 概念を中心に—」関西大学高等教育研究創刊号 pp1-pp12、関西大学教育開発支援センター、2010年10月。
- ・谷口哲也・友野伸一郎（2011）、「河合塾からの「大学のアクティブラーニング」調査報告—4年間を通じた学習者中心のアクティブラーニングについて—」、2011年（前掲の河合塾編著（2011）に所収）。
- ・中央教育審議会大学分科会大学教育部会（2014）、「予測困難な時代において生涯学び続け、主体的に考える力を育成する大学へ（審議まとめ）」、2012年3月26日。
- ・松尾尚（2011）、「大学事例報告Ⅲ 経済・経営・商学系学部（東京会場）産業能率大学（経営学部）」、2011年（前掲の河合塾編著（2011）に所収）。
- ・溝上慎一（2007）、「アクティブラーニング導入の実践的課題」名古屋高等教育研究7、

pp269-pp287、2007年。

- ・溝上慎一（2012）、「全カリにおけるアクティブ・ラーニングと学生の能動的学修（シンポジウム）」全カリシンポジウム2012、立教大学池袋キャンパス、2012年11月13日の講演録。
- ・溝上慎一（2014）、『アクティブラーニングと教授学習パラダイムの転換』東信堂、2014年。
- ・溝上信一・松下佳代（2014）、『高校・大学から仕事へのトランジション』ナカニシヤ出版、2014年。

謝 辞

本論文に執筆しましたように、本学は、全学的にアクティブラーニング型授業を推進しています。執筆にあたり、こうした取組みの中心メンバーである本学入試企画部の林巧樹氏、企画広報部の村山滋氏、また経営学部・松尾尚先生、情報マネジメント学部の荒木淳子先生を初めとする多くの先生方に、先行研究をレビューする際に多大なるご指導を賜りました。この場をお借りして厚く御礼申し上げます。

執筆者紹介（掲載順）

2015 年 4 月現在

岩 井 善 弘	産業能率大学経営学部 教授
新 井 稲 二	湘南信用金庫
勝 間 豊	産業能率大学情報マネジメント学部 准教授
手代木 琢 磨	産業能率大学情報マネジメント学部 元教授
江 口 潤	産業能率大学情報マネジメント学部 准教授
田 中 英 登	横浜国立大学人間科学部 教授
橋 本 諭	産業能率大学情報マネジメント学部 准教授
寺 嶋 正 尚	産業能率大学経営学部 准教授
都 留 信 行	産業能率大学経営学部 准教授
岡 田 一 弥	自由が丘商店街振興組合理事長 産業能率大学経営学部 客員教授

ご協力いただいた査読者の方々にお礼申し上げます。

産業能率大学 紀要

第36巻1号（通巻68号）

2015年 9 月30日 発行

編 集 産業能率大学紀要審査委員会

発 行 産業能率大学

〒158-8630 東京都世田谷区等々力6-39-15

経営学部 現代ビジネス学科

マーケティング学科

〒259-1197 神奈川県伊勢原市上粕屋1573

情報マネジメント学部

現代マネジメント学科

発行事務局 産業能率大学 湘南キャンパス図書館

〒259-1197 神奈川県伊勢原市上粕屋1573

T E L 0463 (92) 2218

印 刷 渡辺印刷株式会社

〒152-0031 東京都目黒区中根2-7-1

T E L 03 (3718) 2161

SANNO University Bulletin

School of Information-Oriented Management
School of Management

Vol. 36 No.1 September 2015

Article

How Are the Thoughts of Small Business Policy Being Applied at the Supporting Sites? : A Case Study on the Government Subsidies for Manufacturing Businesses

Ineji Arai
Yoshihiro Iwai 1

Research Notes

The Second Report on Special Determinants and Trigonometric Functions

Takuma Teshirogi
Yutaka Katsuma19

A Study on Heat Resistance of Children

Jun Eguchi
Hideto Tanaka47

A Basic Study of HRD in Small and Medium-Sized Enterprises

Satoshi Hashimoto59

Case Study

A Study on the Active Learning Program at SANNO University :
The University Collaboration Program with Jiyugaoka Sweets-Forest Company

Masanao Terashima
Kazuya Okada
Nobuyuki Tsuru73